

**МИНИСТАРСТВО ОДБРАНЕ  
УНИВЕРЗИТЕТ ОДБРАНЕ  
ВОЈНА АКАДЕМИЈА**



**МАСТЕР РАД**

**ТЕМА: ПОБОЉШАЊЕ ТАЧНОСТИ ОДРЕЂИВАЊА ПОЗИЦИЈЕ  
БЕСПОСАДНОГ ВОЗИЛА ПРИМЕНОМ ИНЕРЦИЈАЛНИХ И  
ОДОМЕТАРСКИХ СЕНЗОРА**

**Кандидат  
мајор  
Младен Антонић**

**Ментор  
пуковник, ванр. проф.  
др Стојадин Манојловић, дипл. инж.**

Београд, 2026. године

## САДРЖАЈ

|                                                                                      |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------|----|
| СПИСАК СЛИКА.....                                                                    | 4  |
| СПИСАК ТАБЕЛА.....                                                                   | 6  |
| УВОД.....                                                                            | 7  |
| 2. Системи за одређивање позиције беспосадног возила .....                           | 9  |
| 2.1. Примена инерцијалних сензора у навигацији .....                                 | 10 |
| 2.1.1. Акцелерометри.....                                                            | 12 |
| 2.1.2. Жироскопи.....                                                                | 13 |
| 2.1.3. Магнетометри.....                                                             | 14 |
| 2.1.4. Одређивање позиције и оријентације возила на основу инерцијалних сензора..... | 15 |
| 2.2. Примена одометарских сензора у навигацији.....                                  | 17 |
| 2.2.1. Енкодери .....                                                                | 18 |
| 2.2.2. Кинематички модел возила.....                                                 | 18 |
| 2.3. Фузија инерцијалних и одометарских сензора .....                                | 22 |
| 2.3.1. Фузија сензорских података из одометара и IMU .....                           | 23 |
| 2.3.2. Фузија сензорских података из одометара и IMU применом UKF .....              | 24 |
| 3. Симулациона анализа .....                                                         | 27 |
| 3.1. Опис беспосадног лабораторијског возила .....                                   | 27 |
| 3.2. Комуникација са возилом из MATLAB-а.....                                        | 29 |
| 3.3. Симулациони сценарији за тестирање модела.....                                  | 31 |
| 3.3.1. Сценарио 1 – идеална путања возила.....                                       | 31 |
| 3.4. Анализа резултата симулације за Модел 1 .....                                   | 37 |
| 3.4.1. Резултати за Модел 1 и сценарио 1 .....                                       | 37 |
| 3.4.2. Резултати за Модел 1 и сценарио 2 .....                                       | 41 |

|                                                                                     |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ___ 3.4.3. Резултати за Модел 1 и сценарио 3 .....                                  | 41 |
| 3.5. Анализа резултата симулације за Модел 2 .....                                  | 44 |
| ___ 3.5.1. Резултати за Модел 2 и сценарио 1 .....                                  | 44 |
| ___ 3.5.2. Резултати за Модел 2 и сценарио 2 .....                                  | 45 |
| ___ 3.5.3. Резултати за Модел 2 и сценарио 3 .....                                  | 46 |
| 3.6. Анализа резултата симулације за Модел 3 .....                                  | 48 |
| ___ 3.6.1. Резултати за Модел 3 и сценарио 1 .....                                  | 48 |
| ___ 3.6.2. Резултати за Модел 3 и сценарио 2 .....                                  | 48 |
| ___ 3.6.3. Резултати за Модел 3 и сценарио 3 .....                                  | 49 |
| 4. Резултати експеримената и дискусија .....                                        | 51 |
| 4.1. Опис експерименталних случајева кретања .....                                  | 51 |
| 4.2. Резултати експерименталних процена применом Модела 1 .....                     | 51 |
| 4.3. Резултати експерименталних процена применом Модела 2 .....                     | 55 |
| 4.4. Резултати експерименталних процена применом Модела 3 .....                     | 56 |
| 4.4. Упоредни приказ експерименталних резултата за Модел 1, Модел 2 и Модел 3 ..... | 59 |
| ЗАКЉУЧАК .....                                                                      | 60 |
| ЛИТЕРАТУРА .....                                                                    | 63 |
| Прилог 1. Структура и формат пакета података са беспосадног возила .....            | 64 |

## СПИСАК СЛИКА

|                                                                                                                                     |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Слика 2.1 Референтни и везани координантни системи.....                                                                             | 11 |
| Слика 2.2 Компоненте трансляторног убрзања мерене акцелерометром ADXL345 [1] .....                                                  | 12 |
| Слика 2.3 Осетљиве осе и угаоне брзине које мери троосни жирооскоп ITG3205 [2].....                                                 | 13 |
| Слика 2.4 Осетљиве осе и угаоне брзине које мери троосни магнетометар HMC5883L [3] .....                                            | 14 |
| Слика 2.5 Принцип рада и временски облици сигнала енкодера .....                                                                    | 18 |
| Слика 2.6 Кинематички модел возила са диференцијалним управљањем и погоном на сва четири точка .....                                | 19 |
| Слика 2.7 Геометријска интерпретација ефективне ширине трага точкова возила.....                                                    | 20 |
| Слика 2.8 Блок дијаграм фузије сензора са UKF .....                                                                                 | 26 |
| Слика 3.1 Беспосадно лабораторијско возило.....                                                                                     | 27 |
| Слика 3.3 Изглед поруке са вредностима података са енкодера .....                                                                   | 29 |
| Слика 3.4 Формат поруке из IMU.....                                                                                                 | 30 |
| Слика 3.5 Генерисани сигнали а) енкодера и б) IMU за случај идеалног праволинијског кретања .....                                   | 32 |
| Слика 3.6 Генерисани сигнали а) енкодера и б) IMU за случај идеалног окретања у месту .....                                         | 33 |
| Слика 3. 7 Генерисани сигнали а) енкодера и б) IMU за случај идеалног кретања по кружној путањи ...                                 | 34 |
| Слика 3.8 Моделовани сигнали шума енкодера на а) предњим, б) задњим точковима и в) IMU .....                                        | 35 |
| Слика 3. 9 Генерисани сигнали промене вредности енкодера због проклизавања за а) праволинијско кретање и б) окретање у месту.....   | 36 |
| Слика 3.10 Генерисани сигнали промене вредности енкодера због проклизавања за а) предње и б) задње точкове при кружној путањи ..... | 36 |
| Слика 3.11 Процене а) положаја и б) оријентације возила за Модел 1 и сценарио 1 - случај 1 .....                                    | 37 |
| Слика 3.12 Процене а) положаја и б) оријентације возила за Модел 1 и сценарио 1 - случај 2 без бочног клизања.....                  | 38 |
| Слика 3.13 Процене а) положаја и б) оријентације возила за Модел 1 и сценарио 1 - случај 2 са бочним клизањем .....                 | 39 |
| Слика 3.14 Приказ резултати а) положаја и б) оријентације возила за идеално кретање кружном путањом без бочног клизања .....        | 40 |

|                                                                                                                                                      |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Слика 3.15 Процене а) положаја и б) оријентације возила за Модел 1 и сценарио 1 - случај 3 са бочним клизањем .....                                  | 40 |
| Слика 3.16 Процене а) положаја и б) оријентације возила за Модел 1 и сценарио 3 – случај 1 .....                                                     | 42 |
| Слика 3.17 Процене а) положаја и б) оријентације возила за Модел 1 и сценарио 3 – случај 2 .....                                                     | 42 |
| Слика 3.18 Процене а) положаја и б) оријентације возила за Модел 1 и сценарио 3 – случај 3 .....                                                     | 43 |
| Слика 3.19 Процене позиције за Модел 2 и сценарио 1 а) случај 1, б) случај 2, в) случај 3.....                                                       | 45 |
| Слика 3.20 Процене позиције за Модел 2 и сценарио 2 а) случај 1, б) случај 2, в) случај 3.....                                                       | 46 |
| Слика 3.21 Процене позиције за Модел 2 и сценарио 3 а) случај 1, б) случај 2, в) случај 3.....                                                       | 47 |
| Слика 3.22 Процене позиције за Модел 3 и сценарио 1 а) случај 1, б) случај 2, в) случај 3.....                                                       | 48 |
| Слика 3.23 Процене позиције за Модел 3 и сценарио 2 а) случај 1, б) случај 2, в) случај 3.....                                                       | 49 |
| Слика 3.24 Процене позиције за Модел 3 и сценарио 3 а) случај 1, б) случај 2, в) случај 3.....                                                       | 50 |
| <br>Слика 4.1 Експерименталне процене а) позиције и б) оријентације возила за Модел 1 и случај праволинијског кретања .....                          | 52 |
| Слика 4.2 Експерименталне процене а) позиције и б) оријентације возила за Модел 1 и случај праволинијског кретања са избором вредности енкодера..... | 53 |
| Слика 4.3 Експерименталне процене а) позиције и б) оријентације возила за Модел 1 и случај окретања у месту.....                                     | 54 |
| Слика 4.4 Експерименталне процене а) позиције и б) оријентације возила за Модел 1 и случај кретања по кружници .....                                 | 54 |
| Слика 4.5 Експерименталне процене позиције за Модел 2 и а) праволинијско кретање, б) окретање у месту 2 и в) кретање по кружној путањи .....         | 55 |
| Слика 4.6 Експерименталне процене оријентације за Модел 2 и а) праволинијско кретање, б) окретање у месту 2 и в) кретање по кружној путањи .....     | 56 |
| Слика 4.7 Експерименталне процене позиције за Модел 3 и а) праволинијско кретање, б) окретање у месту 2 и в) кретање по кружној путањи .....         | 57 |
| Слика 4.8 Експерименталне процене оријентације за Модел 3 и а) праволинијско кретање, б) окретање у месту 2 и в) кретање по кружној путањи .....     | 57 |
| Слика 4.9 Експерименталне процене $L_{ef}$ за Модел 3 и а) праволинијско кретање, б) окретање у месту 2 и в) кретање по кружној путањи .....         | 58 |

## СПИСАК ТАБЕЛА

|                                                                                 |    |
|---------------------------------------------------------------------------------|----|
| Табела 3.1 Грешке процена позиције и оријентације за Модел 1 и сценарио 2 ..... | 41 |
| Табела 3.2 Грешке процена позиције и оријентације за Модел 1 и сценарио 3 ..... | 43 |
| Табела 3.3 Грешке процена позиције за Модел 2 и сценарио 2 .....                | 46 |
| Табела 3. 4 Грешке процена позиције за Модел 2 и сценарио 3 .....               | 47 |
| Табела 3.5 Грешке процена позиције за Модел 3 и сценарио 2 .....                | 49 |
| Табела 3.6 Грешке процена позиције за Модел 3 и сценарио 3 .....                | 50 |
| Табела 4.1 Резултати експерименталног тестирања Модела 2 .....                  | 56 |
| Табела 4.2 Резултати експерименталног тестирања Модела 3 .....                  | 58 |
| Табела 4.3 Сумарни резултати грешке експерименталног тестирања модела .....     | 59 |

## УВОД

Прецизно и поуздано одређивање позиције представља један од основних проблема у области мобилне роботике и навигације аутономних беспосадних возила. Информација о позицији има кључну улогу у обезбеђивању безбедног кретања возила, планирању путање, избегавању препрека и извршавању навигационих задатака различите сложености [1]. Иако су глобални навигациони сателитски системи (енг. *Global Navigation Satellite System* - GNSS), као што је GPS (енг. *Global Positioning System*), широко примењени у условима отвореног простора, њихова употреба је значајно ограничена у затвореном простору, густо изграђеним урбаним срединама, као и у условима намерног или ненамерног ометања сигнала. У таквим условима, одређивање позиције се заснива на примени других типова сензора који омогућавају процену релативног кретања возила.

Једна од најчешће коришћених метода за одређивање релативне позиције у роботизи је одометрија. Ова метода се заснива на мерењу пређеног пута возила, најчешће помоћу енкодера постављених на точковима, који региструју број обртаја точкова. Основне предности одометрије су једноставна имплементација и мала рачунска сложеност, што је чини погодном за примену у реалном времену. Међутим, значајан недостатак одометријске навигације представља акумулација грешке током времена, која настаје услед клизања точкова, утицаја неравнина терена и механичких несавршености система. Последица ових ефеката је постепено повећање одступања процењене позиције у односу на стварну позицију возила.

Инерцијална навигација, са друге стране, заснива се на употреби микро-електро-механичких сензора (енг. *Micro-Electro-Mechanical Systems* - MEMS), као што су акцелерометри и жирокопи. Због малих димензија, ниске цене и једноставне интеграције, MEMS сензори су постали стандардна компонента савремених навигационих система. Ограничена тачност сензора, присуство мерног шума и систематских одступања, као и интеграција сигнала у процесу израчунавања брзине и позиције, доводе до појаве дрифта (енг. *drift*), односно постепеног раста грешке током времена.

С обзиром да одометарски и инерцијални сензори имају различите изворе и динамике грешака, њихово сједињавање (фузија) представља ефикасан приступ за побољшање тачности и робусности навигационог система. Комбиновањем података добијених одометријом и инерцијалним мерењима могуће је смањити утицај појединачних недостатака и постићи поузданију процену релативне позиције беспосадног возила, нарочито у условима када апсолутна позиција није доступна.

У овом мастер раду анализира се проблем одређивања позиције и оријентације беспосадног возила у хоризонталној равни са диференцијалним управљањем (енг. *skid-steer*) и применом одометарских и инерцијалних сензора. У почетном делу рада разматрају се теоријске основе одометријске и инерцијалне навигације, као и главни извори грешака који се јављају приликом њихове примене, са посебним освртом на утицај проклизавања точкова и неравнина терена.

Затим је представљен модел кретања беспосадног возила са диференцијалним управљањем, као и опис коришћене хардверске платформе, која обухвата енкодере на точковима и инерцијалну мерну јединицу (енг. *Inertial Measurement Unit* - IMU) са девет степени слободе (енг. *Nine Degrees of Freedom* - 9-DOF). На основу доступних сензорских података пројектовани су алгоритми за одређивање релативне позиције возила коришћењем појединачних навигационих метода.

У наставку су пројектована два алгоритма фузије сигнала. Први алгоритам врши процену позиције возила на основу мерних сигнала одометара и угла скретања мереног помоћу IMU. Други алгоритам се заснива на примени Калмановог филтера, који, комбинујући сигнале одометара и IMU, поред координата возила и његове оријентације, врши процену (естимацију) ефективне ширине трага точкова возила  $L_{ef}$ , који не може директно да се мери. На основу естимираних вредности овог параметра врши се корекција позиције возила. У првој фази, примена алгоритама фузије је анализирана у симулационом окружењу, односно у контролисаним условима, коришћењем синтетички генерисаних сигнала сензора. На основу одговарајућих модела поремећаја, као што су шумови сензора и проклизавање точкова, анализиран је њихов утицај на ефикасност алгоритама сједињавања података. Симулациони резултати су искоришћени за подешавање параметара алгоритама и процену њихове робусности.

На крају је извршена експериментална верификација ефикасности алгоритама сједињавања на лабораторијском беспосадном возилу. Алгоритми су имплементирани и примењени на податке прикупљене са реалне платформе, а ефикасност алгоритама сједињавања је анализирана у поређењу са алгоритмима заснованим на примени појединачних навигационих метода.

## 2. СИСТЕМИ ЗА ОДРЕЂИВАЊЕ ПОЗИЦИЈЕ БЕСПОСАДНОГ ВОЗИЛА

Одређивање позиције и оријентације возила у односу на избрани координатни систем, у контексту беспосадних возила, је од суштинског значаја за навигацију, планирање путање, управљање кретањем и безбедно извршавање задатака. Њихова тачност и поузданост директно утичу на перформансе целокупног навигационог система, због чега овај проблем заузима централно место у области мобилне роботике.

У зависности од типа референтног координатног система, локализација се може поделити на *глобалну* и *релативну*. *Глобална локализација* подразумева одређивање апсолутне позиције возила у односу на неки спољашњи, фиксни координатни систем, као што је географски координатни систем. Овај приступ се најчешће реализује применом глобалних навигационих сателитских система. Иако глобална локализација омогућава добијање апсолутне позиције, њена примена је ограничена у условима у којима GNSS сигнал није доступан, или је непоуздан.

*Релативна локализација*, са друге стране, заснива се на процени промене позиције и оријентације возила у односу на неко почетно стање. Овај приступ не захтева спољашњу референцу, већ се ослања на мерења сензора који прате кретање возила током времена. Релативна локализација је посебно значајна у затвореним просторима и другим окружењима у којима глобална позиција није доступна, али је истовремено подложна и акумулацији грешака у одређивању позиције.

Поред глобалног и релативног координатног система, у навигацији беспосадних возила значајну улогу има и координатни систем везан за тело возила. Овај координатни систем је фиксиран за возило, односно за сам сензор, и у њему су изражена мерења инерцијалних сензора, због чега је за одређивање позиције у референтном координатном систему неопходна одговарајућа трансформација мерења.

Сви реални сензорски системи су подложни различитим врстама грешака у мерењу. Грешке могу настати услед ограничене тачности сензора, присуства мерног шума, утицаја окружења, као и услед системских одступања мерења током времена, као последица конструкције сензора или због промене радних услова. У навигационим системима се за процену позиције и оријентације возила врши интеграљење сигнала сензора, што доводи до акумулирања грешака у току времена. Због тога, и релативно мале грешке у тренутним

мерењима могу временом довести до значајног одступања процењене позиције у односу на стварну позицију возила. Ова системска грешка је карактеристична како за инерцијалне, тако и за одометарске сензоре, а назива се дрифт.

Да би се ублажили наведени недостаци појединачних навигационих метода, у савременим системима се примењује фузија сигнала различитих сензора. Фузија подразумева комбиновање података из више различитих сензора, који имају различите изворе и динамике грешака, ради добијања прецизније и робусније процене стања система. На овај начин је могуће у значајној мери смањити недостатке појединачних сензора и побољшати укупне перформансе навигационог система. Овакав приступ представља основу за примену фузије сигнала инерцијалних и одометарских сензора, која ће бити детаљније разматрана у наставку рада.

## **2.1. Примена инерцијалних сензора у навигацији**

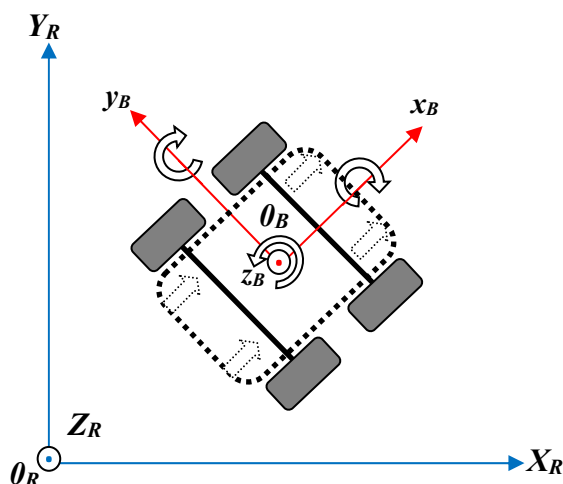
Инерцијални сензори представљају једну од основних компоненти савремених навигационих система беспосадних возила. Њихова примена омогућава мерење динамичких величина, као што су транслаторно убрзање и угаона брзина возила, независно од спољашњих референтних сигнала и услова у окружењу. Захваљујући овој особини, инерцијална навигација има значајну улогу у ситуацијама у којима спољашњи извори информација о позицији нису доступни или су непоуздани. Савремени инерцијални навигациони системи се заснивају на MEMS технологији, која омогућава интеграцију више мерних елемената у компактну целину (чип). Типична IMU садржи троосне акцелерометре и троосне жирокопе, а у појединим применама и троосне магнетометре. Овим сензорима се мере транслаторна убрзања, угаоне брзине и оријентација возила у односу на магнетно поље Земље.

У зависности од начина постављања IMU на возило, разликују се системи са чврсто везаном (енг. *strapdown*) IMU и системи са жиростабилисаном платформом (енг. *gyro-stabilized platform*). Код прве конфигурације IMU је механички фиксирана за тело возила, а оријентација се одређује нумеричком интеграцијом мерења жироскопа. Насупрот томе, код система са жиростабилисаном платформом, одређивање оријентације возила се постиже механичком (жироскопском) стабилизацијом сензора, што поједностављује обраду сигнала, али уз значајно повећање конструктивне сложености и масе система.

Сигнали инерцијалних сензора су високе фреквенције и омогућавају континуално праћење параметара кретања возила, што ове сензоре чини веома погодним за примену у

динамичким системима. Међутим, мерни сигнали ових сензора су подложни различитим изворима грешака, што током времена доводи до постепеног одступања процењене позиције и оријентације возила у односу на стварно стање. Због тога се инерцијални сензори у пракси ретко користе као самостално навигационо решење, већ се најчешће комбинују са другим сензорским системима.

У инерцијалној навигацији дефинише се више координатних система. Положај и кретање (трајекторија) возила се одређују у односу на изабрани *референтни (непокретни) координатни систем (РКС)*, док су мерења добијена из IMU изражена у односу на *везани (покретни) координатни систем*. Координатни почетак РКС је у некој тачки на земљи, а у зависности од оријентације оса, као референтни може се користити координатни систем ENU (енг. *East–North–Up*) или NED (енг. *North–East–Down*). У овом раду ће се користити координатни систем ENU ( $O_R: X_R, Y_R, Z_R$ ) као референтни, који је приказан на слици 2.1. Оса  $X_R$  је усмерена у правцу локалног истока, оса  $Y_R$  је усмерена у правцу локалног севера, док је оса  $Z_R$  нормална на хоризонталну раван  $O_RX_RY_R$ .



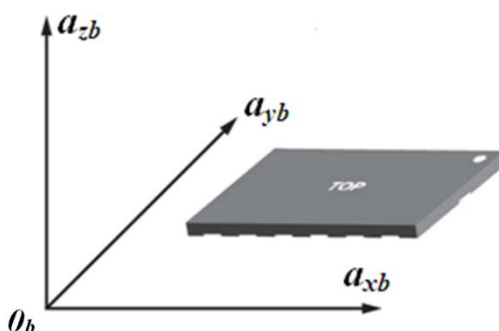
Слика 2.1 Референтни и везани координатни системи

Везани координатни систем (ВКС) ( $O_B: X_B, Y_B, Z_B$ ) (енг. *body frame coordinate system*) је круто везан са возилом и креће се заједно са њим (слика 2.1). Координатни почетак ВКС је у геометријском центру возила, оса  $X_B$  је усмерена у правцу кретања возила, оса  $Y_B$  је усмерена улево, док је оса  $Z_B$  нормална на хоризонталну раван  $O_BX_BY_B$ . IMU се поставља на возило тако да јој се мерне осе поклапају са осама везаног координатног система, па су мерења добијена из IMU изражена у ВКС.

У наставку овог поглавља биће детаљно описани принципи рада појединих инерцијалних сензора, њихове карактеристике и доминантни извори грешака, као и начин одређивања позиције и оријентације беспосадног возила применом ових сензора.

### 2.1.1. Акцелерометри

Акцелерометри су инерцијални сензори за мерење транслаторних убрзања тела дуж одговарајућих оса. У пракси се најчешће користе троосни акцелерометри интегрисани у IMU, који мере линеарна убрзања објекта  $a_{xb}$ ,  $a_{yb}$  и  $a_{zb}$ , дуж оса ВКС, као што је приказано на слици 2.2.



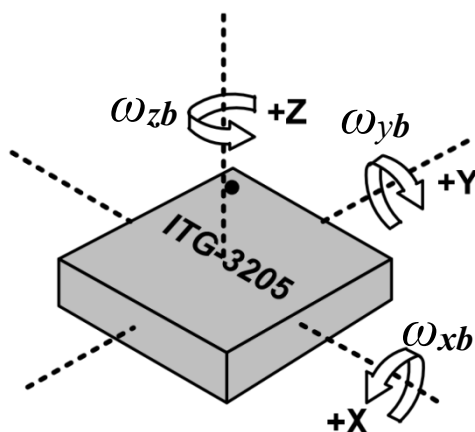
Слика 2.2 Компоненте транслаторног убрзања мерене акцелерометром ADXL345 [1]

Савремени акцелерометри у навигационим применама најчешће су реализовани као MEMS сензори. Њихов принцип рада заснива се на микромеханичкој маси, као осетљивом елементу, која је еластично повезана са подлогом сензора. При појави убрзања долази до померања ове масе у односу на њену равнотежну позицију, а величина тог померања је директно повезана са интензитетом убрзања. Најчешће се примењују капацитивни MEMS акцелерометри, где померање микромасе изазива промену капацитивности између покретних и фиксних електрода.

Акцелерометри детектују негравитациона убрзања возила и у навигационим алгоритмима се подаци добијени из акцелерометара интеграле током времена, ради израчунавања брзине и позиције возила. Због осетљивости акцелерометара, мерни сигнали су веома зашумљени, а долази и до појаве раздешености (енг. *offset*), што временом доводи до акумулирања грешака у мерењима и до значајних одступања процењених величина од њихових стварних вредности. Из тог разлога, акцелерометри се ретко користе као самосталан извор навигационих информација, већ се комбинују са другим сензорима, пре свега жирокопима и одометарским сензорима.

### 2.1.2. Жироскопи

Жироскопи су инерцијални сензори за мерење угаоних брзина возила око оса ВКС. У навигационим системима беспосадних возила они обезбеђују информације о ротационом кретању возила, што је од кључне важности за одређивање оријентације и праћење промена правца кретања возила. На слици 2.3 приказане су осетљиве осе жироскопа и угаоне брзине  $\omega_{xb}$ ,  $\omega_{yb}$  и  $\omega_{zb}$  дуж оса ВКС, које детектује жироскопски сензор.



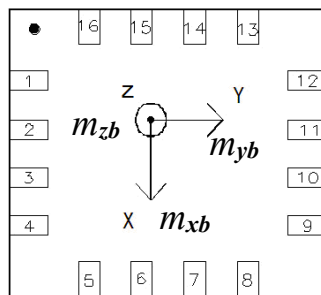
Слика 2.3 Осетљиве осе и угаоне брзине које мери троосни жироскоп ITG3205 [2]

У савременим системима најчешће се користе MEMS жироскопи, са ротирајућим микромеханичким структурама. Мерење угаоне брзине се заснива на појави Кориолисовог убрзања, чији је интензитет пропорционалан угаоној брзини ротације. Ово убрзање изазива померање микромасе, што се детектује и претвара у електрични сигнал. Као и акцелерометри, MEMS жироскопи су најчешће реализовани у троосној конфигурацији, што омогућава мерење угаоних брзина око три међусобно нормалне осе. На основу измерених угаоних брзина, угаона оријентација возила се одређује њиховим интеграљењем током времена.

За разлику од акцелерометара, мерни сигнали жироскопа нису превише зашумљени, али се јавља споропроменљива грешка мерења, тзв. дрефт, која се временом повећава, а последица је несавршености конструкције жироскопа. Итеграљењем се ове грешке акумулирају и могу довести до значајног одступања процењене оријентације од стварне. Иако жироскопи пружају поуздане краткорочне информације о променама оријентације, њихова самостална примена у дужем временском периоду није поуздана. Због тога се у практичним навигационим системима, подаци са жироскопа комбинују са мерењима акцелерометара и других сензора, како би се кориговао дрефт и обезбедила дугорочна стабилност процене оријентације возила.

### 2.1.3. Магнетометри

Магнетометри су сензори који служе за мерење интензитета и правца магнетног поља Земље. У навигационим системима беспосадних возила користе се за одређивање оријентације возила у односу на Земљино магнетно поље, односно за процену апсолутног правца кретања (курса), због чега се називају и електронски компас. На слици 2.4 приказане су компоненте вектора магнетног поља  $m_{xb}$ ,  $m_{yb}$  и  $m_{zb}$  дуж оса ВКС за магнетометар HMC5883L.



Слика 2.4 Осетљиве осе и угаоне брзине које мери троосни магнетометар HMC5883L [3]

У савременим IMU примењују се троосни MEMS магнетометри, који омогућавају мерење компоненти магнетног поља дуж три међусобно нормалне осе. На основу ових мерења одређује се оријентација возила у хоризонталној равни. Принцип рада MEMS магнетометара заснива се на различитим физичким ефектима, као што су Холов ефекат или магнеторезистивни ефекат. Промене магнетног поља доводе до промене електричних својстава сензорског елемента, што се претвара у електрични сигнал пропорционалан јачини магнетног поља. Овај сигнал омогућава процену оријентације у односу на магнетни север.

За разлику од акцелерометара и жироскопа, магнетометри пружају информацију која није инкременталне природе, већ представља апсолутну референцу оријентације. Због тога они имају важну улогу у корекцији дрифта оријентације који настаје интеграцијом угаоних брзина жироскопа. Међутим, магнетометри су изузетно осетљиви на присуство спољашњих магнетних поремећаја, као што су електромотори, металне конструкције и електричне инсталације у окружењу возила.

Због наведене осетљивости, мерења магнетометра често захтевају додатну обраду и калибрацију како би се умањио утицај локалних магнетних сметњи. У пракси се магнетометри ретко користе као самостални извор оријентације, већ се комбинују са акцелерометрима и жирокопима у оквиру инерцијалне мерне јединице, чиме се постиже стабилнија и поузданија процена оријентације возила.

Може се закључити да инерцијални сензори представљају важан извор информација у навигационим системима, али да су њихова мерења неизбежно праћена различитим врстама грешака. Ове грешке потичу како од физичких ограничења самих сензора, тако и од утицаја окружења и обраде сигнала. Грешке мерења се могу поделити на детермистичке и стохастичке. У детерминистичке грешке спадају оне које су споропроменљиве, или су предвидиве (офсет, фактор скалирања, грешка ортогоналности, утицај температуре). Стохастичке грешке се најчешће јављају у виду шума, а последица су утицаја разних фактора (термички шум, временска нестабилност офсета, механичке вибрације и др.).

Осим тога, извори грешака мерења могу бити системске природе услед несавршености конструкције сензора, затим грешке због обраде сигнала (грешке квантизације, појава кашњења, пододабирање и др.), грешке због начина монтаже сензора на возило (измештеност сензора из центра ротације, односно тежишта возила, непоклапање оса возила и оса сензора), као и спољашњи утицаји околине.

Инерцијални сензори, због наведених извора грешака мерења, нису поуздани за дуготрајну самосталну примену у навигационим системима, већ се у практичним системима инерцијални сензори увек комбинују са другим изворима информација, како би се ограничила акумулација грешке и обезбедила поуздана и стабилна процена стања возила. Осим тога, неопходно је у алгоритме обраде сигнала укључити и одговарајуће моделе грешака мерења, било да су детерминистичке или стохастичке природе.

#### 2.1.4. Одређивање позиције и оријентације возила на основу инерцијалних сензора

Одређивање оријентације и позиције возила применом инерцијалних сензора заснива се на временском интегралењу измерених величина. Основне информације пружају акцелерометри и жирокопи, који мере транслаторна убрзања и угаоне брзине, док се магнетометри користе као допунски извор информација о апсолутној оријентацији у хоризонталној равни.

Да би се мерења транслаторних убрзања и угаоних брзина из IMU могла користити за одређивање позиције и оријентације возила у РКС, неопходно је извршити одговарајућу трансформацију мерних сигнала из ВКС у РКС. Матрица трансформације из РКС у ВКС се добија као матрични производ три елементарне матрице трансформације [4]:

$$\mathbf{R}_r^b = \mathbf{R}_x(\phi)\mathbf{R}_y(\theta)\mathbf{R}_z(\psi) \quad (2.1)$$

где су:  $\psi$  угао скретања,  $\theta$  угао пропињања и  $\phi$  угао ваљања возила, а структура елементарних матрица трансформације дата је изразима:

$$\mathbf{R}_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{R}_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{R}_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

Ако се анализира кретање возила само у хоризонталној равни, тада су углови пропињања и ваљања једнаки нули, па је  $\mathbf{R}_r^b = \mathbf{R}_z(\psi)$ .

Апсолутно убрзање возила у РКС може се изразити као:

$$\mathbf{a}_r = \mathbf{R}_r^{bT} \cdot \mathbf{a}_b + \mathbf{g}_r \quad (2.5)$$

где је  $\mathbf{a}_b$  вектор убрзања у ВКС измерен троосним акцелерометром:

$$\mathbf{a}_b = \begin{bmatrix} a_{xb} \\ a_{yb} \\ a_{zb} \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

а  $\mathbf{g}_r$  вектор гравитационог убрзања изражен у РКС:

$$\mathbf{g}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Компоненте брзине и позиције возила у РКС се добијају једноструким и двоструким интеграљењем израза (2.5), респективно:

$$\mathbf{v}(t) = \int \mathbf{a}_r(t) dt \quad (2.8)$$

$$\mathbf{p}(t) = \int \mathbf{v}(t) dt. \quad (2.9)$$

Овај поступак подразумева двоструко интеграљење сигнала акцелерометара, што систем чини изузетно осетљивим на грешке у мерењу. Из тог разлога, у овом раду,

позиција возила се неће процењивати на основу сигнала из IMU, већ на основу одометарских сензора.

Угаона оријентација возила одређена је Ојлеровим угловима: ваљања  $\phi$ , пропињања  $\theta$  и скретања  $\psi$ . Компоненте угаоне брзине возила мерене троосним жирокопом  $\boldsymbol{\omega}(t) = [\omega_{xb}(t) \ \omega_{yb}(t) \ \omega_{zb}(t)]^T$  дате су у ВКС, а њихова веза са првим изводима углова оријентације возила дата је изразом [4]:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{T}(\phi, \theta) \begin{bmatrix} \omega_{xb} \\ \omega_{yb} \\ \omega_{zb} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

где матрица  $\mathbf{T}(\phi, \theta)$  има форму:

$$\mathbf{T}(\phi, \theta) = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

У дискретном облику, оријентација у тренутку  $k+1$  се ажурира на основу оријентације у претходном кораку и измерених угаоних брзина:

$$\phi_{k+1} = \phi_k + (\omega_{xb} + \sin \phi_k \tan \theta_k \omega_{yb} + \cos \phi_k \tan \theta_k \omega_{zb}) \Delta t \quad (2.12)$$

$$\theta_{k+1} = \theta_k + (\cos \phi_k \omega_{yb} - \sin \phi_k \omega_{zb}) \Delta t \quad (2.13)$$

$$\psi_{k+1} = \psi_k + (\sin \phi_k \omega_{yb} / \cos \theta_k + \cos \phi_k \omega_{zb} / \cos \theta_k) \Delta t. \quad (2.14)$$

Ако се анализира кретање возила само у хоризонталној равни, тада су углови пропињања и ваљања једнаки нули, па је:

$$\psi_{k+1} = \psi_k + \omega_{zb} \Delta t. \quad (2.15)$$

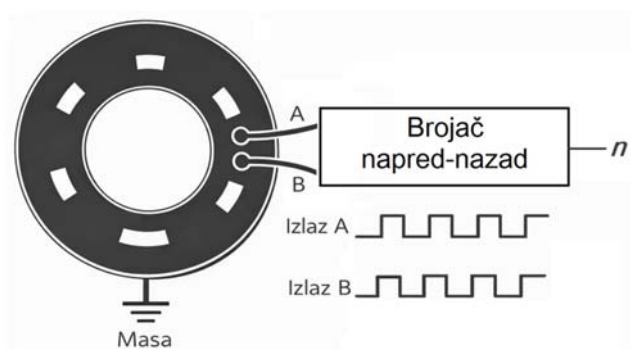
## 2.2. Примена одометарских сензора у навигацији

Одометарски сензори представљају један од најчешће коришћених извора информација за одређивање релативне позиције мобилних робота и беспосадних возила точкаша. Њихова примена заснива се на мерењу ротације точкова, на основу које се процењује пређени пут и промена оријентације возила у односу на претходни положај. Због једноставности имплементације, ниске цене и добре краткорочне тачности,

одометрија се широко користи као основни навигациони метод, посебно у затвореним просторима. Основне компоненте одометарских сензора су енкодери.

### 2.2.1. Енкодери

Енкодери су сензори који се монтирају на точкове возила и омогућавају мерење угаоног помераја или угаоне брзине точкова. Најчешће се користе инкрементални енкодери, који генеришу серију импулса током једне ротације, при чему број импулса одговара углу ротације точка. На основу познатог пречника точка и измерене ротације, могуће је израчунати линеарно померање возила. Принцип рада енкодера и временски облици сигнала приказани су на слици 2.5.

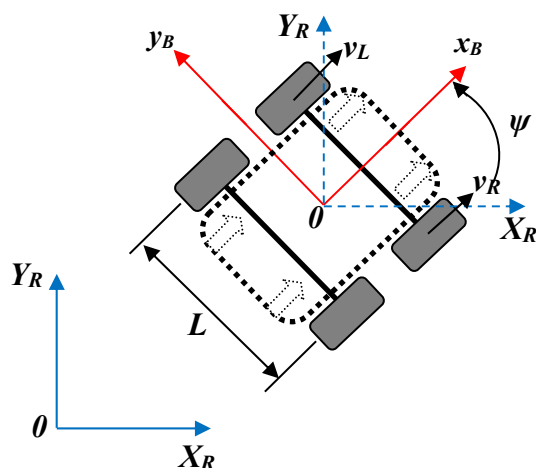


Слика 2.5 Принцип рада и временски облици сигнала енкодера

Поред инкременталних, у пракси се користе и апсолутни енкодери, који у сваком тренутку дају апсолутну вредност угаоног положаја. Ипак, код мобилних платформи доминирају инкрементални енкодери због једноставније електронике и ниже цене.

### 2.2.2. Кинематички модел возила

За одређивање позиције возила на основу одометарских мерења неопходно је дефинисати кинематички модел кретања. Код беспосадних возила точкаша најчешће се користи модел диференцијалног погона или модел возила са управљивим предњим точковима. Беспосадно возило које ће бити коришћено у овом раду је са диференцијалним управљањем и са погоном на сва четири точка. У односу на возило са диференцијалним управљањем и паром погонских точкова, код кога се центар ротације возила налази на средњини осовине погонских точкова, код возила са диференцијалним управљањем и погоном на сва четири точка, центар ротације возила је средишња тачка између предње и задње осовине, као што је приказано на слици 2.6 (тачка **O**).



Слика 2.6 Кинематички модел возила са диференцијалним управљањем и погоном на сва четири точка

Вектор стања кинематичког модела кретања возила у хоризонталној равни дат је у форми:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ \psi_r \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

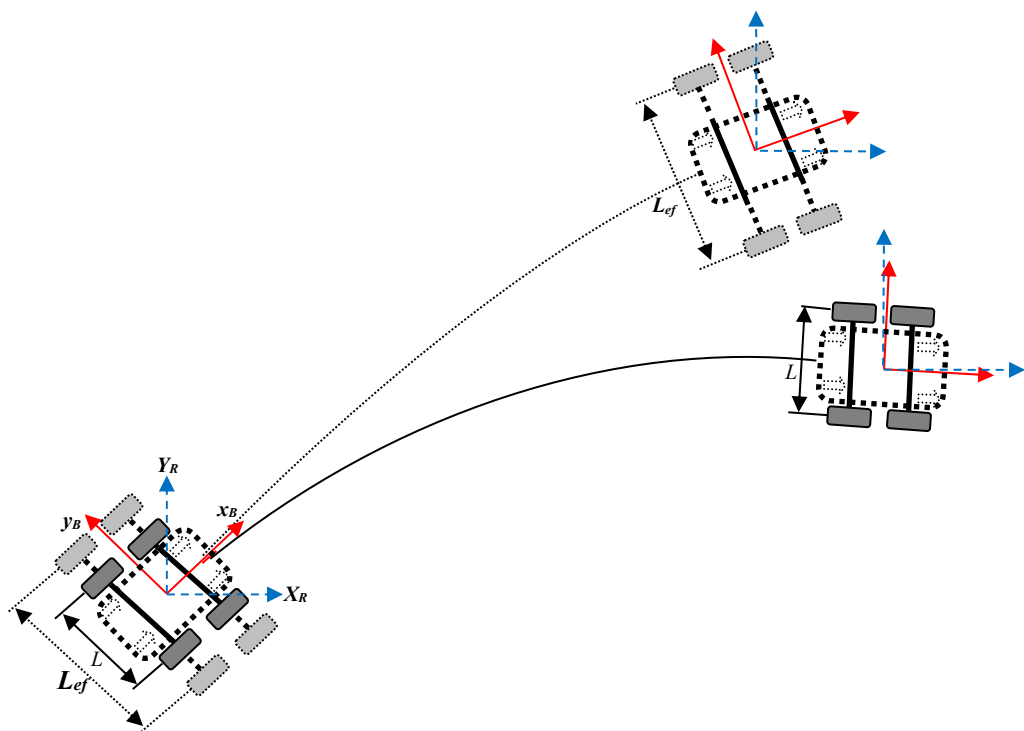
где су  $x_r$  и  $y_r$  координате положаја возила (центра ротације возила) у референтном координатном систему, а  $\psi_r$  оријентација возила у хоризонталној равни (угао скретања).

Кретање возила се остварује управљањем брзинама ротације точкова са леве и десне стране возила, док се промена правца кретања (скретање) остварује различитим брзинама ротације точкова са различитих страна возила. Предњи и задњи точкови на истој страни возила међусобно су управљачки синхронизовани, тако да имају приближно једнаке угаоне брзине. Према томе, возило се може моделовати као платформа са два ефективна погона: паром левих и паром десних точкова, а редундатност у броју енкодера обезбеђује детекцију разлика угаоних брзина точкова на истој страни возила, чиме се детектује и проклизавање неког од точкова са исте стране.

У идеалном случају се подразумева да је вектор брзине возила усмерен дуж уздужне осе возила, односно дуж осе  $X_B$ . Међутим, код возила, током скретања и при већим брзинама често долази до бочног клизања, услед чега се реални правац кретања разликује од идеалног. Утицај подлоге на ефекат клизања точкова код возила са погоном на сва четири точка се значајно разликује у односу на возила са погоном на два точка и трећим помоћним. Конструкција возила са два погонска точка, код кога је јасно одређен центар ротације, омогућава чисто котрљање оба погонска точка без бочног клизавања. Код возила

са четири погонска точка овај услов није могуће испунити за сва четири погонска точка. Због круте конструкције возила и различитих путања унутрашњих и спољашњих точкова, током скретања код ових возила неминовно долази до бочног клизања једног или више точкова. Ова појава је последица саме конструкције возила, а не неправилности у управљању или утицаја спољашњих поремећаја.

Ова појава се може моделовати увођењем ефективне ширине трага точкова (енг. *Effective Track*)  $L_{ef}$  [5]. Ефективна ширина трага точкова је најчешће у границама  $L < L_{ef} < 2L$ , међутим, његова вредност није фиксна, већ зависи од доста фактора (међуосовинског растојања, врсте подлоге, брзине возила, угла скретања). Геометријска интерпретација овог параметра и њен утицај на путању кретања возила приказана је на слици 2.7.



Слика 2.7 Геометријска интерпретација ефективне ширине трага точкова возила

Ако усвојимо да су геометријски параметри возила: полупречник точкова –  $R$ , међуосовинско растојање -  $L$ , угаона брзина левих точкова -  $\omega_L$  и угаона брзина десних точкова -  $\omega_R$ , онда су транслаторне брзине левих и десних точкова у односу на подлогу, респективно:

$$v_L = R\omega_L \text{ и } v_R = R\omega_R . \quad (2.17)$$

Ефективна уздужна брзина возила  $v$  и угаона брзина возила  $\omega$  дате су изразима:

$$v = \frac{v_R + v_L}{2} \quad (2.18)$$

$$\omega = \frac{v_R - v_L}{L} \quad (2.19)$$

Због појаве бочног клизања, стварна угаона брзина возила  $\omega_r$  је мања од угаоне брзине  $\omega$  добијене на основу израза (2.19), па како би се смањила грешка процене, уводи се коефицијен бочног клизања ( $k_{slip}$ ) [6]:

$$k_{slip} = \frac{L}{L_{ef}} \quad (2.20)$$

односно, ефективна ширине трага точкова ( $L_{ef}$ ), која смањује грешку процене угаоне брзине и моделује бочно клизање возила, при чему је:

$$\omega_r = \frac{v_R - v_L}{L_{ef}} \quad (2.21)$$

Применом израза:

$$\dot{x}_r = v \cdot \cos(\psi) \quad (2.22)$$

$$\dot{y}_r = v \cdot \sin(\psi) \quad (2.23)$$

$$\dot{\psi} = \omega_r \quad (2.24)$$

процењује се позиција ( $x_r$  и  $y_r$ ) и оријентације ( $\psi$ ) возила у референтном координатном систему.

Промена положаја и оријентације возила се одређује на основу сигнала добијених са енкодера точкова, при чему се кретање возила апроксимира као секвенца малих translација и ротација. На основу података са енкодера левог и десног пара точкова формирају се сигнали  $\Delta n_L$  и  $\Delta n_R$  у временском интервалу од 0.2 s. Резолуција енкодера је N корака по једном пуном обртају точка. Кинематички модел кретања возила је формулисан у дискретном облику, без експлицитног израчунавања брзина, већ се ажурирање позиције и оријентације возила врши на основу рачунања пређеног пута  $\Delta s$  и промене угаоне оријентације  $\Delta \psi$ , у посматраном временском интервалу:

$$\Delta s_L = \frac{2\pi R}{N} \Delta n_L, \quad \Delta s_R = \frac{2\pi R}{N} \Delta n_R \quad (2.25)$$

$$\Delta s = \frac{\Delta s_R + \Delta s_L}{2}, \quad \Delta \psi = \frac{\Delta s_R - \Delta s_L}{L_{ef}} \quad (2.26)$$

Нове вредности координата позиције и оријентације возила добијају се на основу релација:

$$\begin{aligned}
x_{rk+1} &= x_{rk} + \Delta s \cdot \cos(\psi_k + \frac{\Delta\psi}{2}) \\
y_{k+1} &= y_k + \Delta s \cdot \sin(\psi_k + \frac{\Delta\psi}{2}) \\
\psi_{k+1} &= \psi_k + \Delta\psi.
\end{aligned}
\tag{2.27}$$

Коришћењем члана  $\frac{\Delta\psi}{2}$  добијају се тачнији подаци при нумеричкој интеграцији, јер се возило у маневру креће по замишљеном луку, а не праволинијски. Модел (2.27) користи само податке са енкодера за процену позиције и оријентације возила и у наставку ће се називати Модел 1.

Иако одометрија обезбеђује добру краткорочну тачност, она је подложна различитим изворима грешака. Најзначајнији извори грешака су:

- проклизавање точкова, нарочито током убрзања, кочења или скретања,
- неравнине и неједнак контакт са подлогом,
- нетачна калибрација пречника точкова и међусобног растојања,
- механичке толеранције и хабање компоненти.

Поред тога, мерења енкодера су оптерећена шумом и квантизацијом, што додатно утиче на тачност процене помераја. Слично као код инерцијалне навигације и код одометрије долази до акумулације грешака током времена. Пошто се тренутна позиција израчунава интеграцијом претходних инкременталних помераја, свака грешка у појединачном кораку директно се преноси на све наредне процене. Ова појава је посебно изражена код дужих путања и сложених маневара, где и мала систематска одступања могу довести до значајног одступања процењене позиције у односу на стварну путању возила. Због тога се одометрија у савременим навигационим системима ретко користи као самостално решење, већ најчешће у комбинацији (фузији) са инерцијалним и другим сензорима.

### 2.3. Фузија инерцијалних и одометарских сензора

Примена појединачних сензорских система, као што су инерцијални и одометарски, имају ограничења која онемогућавају њихову дугорочну примену као самосталних извора потребних информација. Инерцијални сензори обезбеђују добру краткорочну процену

динамике кретања, али су подложни акумулацији грешке услед интеграције сигнала. Са друге стране, одометарски сензори омогућавају стабилну процену релативног помераја возила, али су осетљиви на проклизавање точкова и услове подлоге.

Комбиновањем (фузијом) информација са више сензора могуће је искористити њихове добре карактеристике и умањити негативне ефекте извора њихових грешака. Овај приступ представља један од основних принципа савремених навигационих система за мобилне роботе и беспосадна возила.

Фузија сензорских података заснива се на дефинисању математичког модела система у простору стања, који описује динамику промене стања система (возила) током времена, као и модела мерења, који повезује стања система са доступним сензорским информацијама. За стања система најчешће се усвајају координате позиције возила и његова оријентација, а у проширеним моделима и параметри грешака сензора. Због нелинеарне природе модела кретања возила и трансформација између координатних система, и модел система и модел мерења су у општем случају нелинеарни.

У случају беспосадног возила са диференцијалним управљањем и погоном на сва четири точка, на располагању су подаци са сва четири енкодера на точковима, а из IMU се добијају информације о тренутној оријентацији возила. У наставку је описан начин на који се ови подаци са различитих сензора могу употребити у циљу побољшања тачности одређивања позиције и оријентације возила, као једна од метода фузије сензора.

### 2.3.1. Фузија сензорских података из одометара и IMU

Најједноставнији метод фузије сензора је комбиновање мерних сигнала са енкодера и података о оријентацији из IMU. Уколико се предходни модел (Модел 1), описан у претходној тачки и дефинисан једначинама (2.27), модификује тако да се прорачун  $\Delta s$  прорачунава на основу података из енкодера, а подаци о тренутној оријентацији возила, узимају из IMU, односно:

$$\psi_{k+1} = \psi_{m\_IMU} \quad (2.28)$$

добија се Модел 2, базиран на директној комбинацији података са две врсте сензора. Овом једноставном фузијом се комбинују добре особине ових сензора и постиже већа тачност у одређивању положаја и оријентације возила.

### 2.3.2. Фузија сензорских података из одометара и IMU применом UKF

Као што је раније речено, тачност процене позиције и оријентације возила може бити значајно нарушена при појави проклизавања точкова возила. У том случају потребно је на неки начин проценити и компензовати утицај ове нежељене појаве. Једно од решења је и примена алгоритама на бази Калмановог филтра, који омогућава да се осим стања система процењују (естимирају) и друге величине или параметри. Овај алгоритам представља оптимални алгоритам за процену стања линеарних стохастичких динамичких система. Међутим, пошто су модели кретања возила и модели сензорских мерења нелинеарни, примењују се његове различите варијанте.

*Линеарни Калманов филтар* (енг. *Kalman Filter* - KF) примењује се у случају линеарних система, односно када су и модел кретања стања и модел мерења линеарне функције стања. Алгоритам KF обезбеђује оптималне процене стања у смислу минималне средње квадратне грешке естимације, уз релативно малу рачунску сложеност, под претпоставком нормалних (Гаусових) расподела шума процеса и шума мерења. Међутим, модел кретања возила је нелинеаран, па се уместо линеарног KF примењују његове варијанте, прилагођене нелинеарним моделима.

*Проширени Калманов филтар* (енг. *Extended Kalman Filter* – EKF) је једно решење за примену Калмановог алгоритма и на нелинеарне системе, на основу њихових линеаризованих модела. Међутим, у случају изражених нелинеарности може доћи до нарушавања квалитета естимација, или чак и до нестабилности филтра.

*Unscented Калманов филтар* (енг. *Unscented Kalman Filter* – UKF) представља адекватније решење у случају нелинеарних модела система. UKF су формулисали Simon J. Julier и Jeffrey K. Uhlmann крајем 1990-их у раду [7], а касније је теоријски формализован и у раду [8]. Кључна идеја је била увођење тзв. *unscented* трансформације (енг. *Unscented Transform* - UT) [9] која подразумева генерисање коначног броја тачака (енг. *sigma points*), применом одговарајућег алгоритма, за процену статистичких параметара случајних променљивих, на основу нелинеарног, а не линеаризованог модела. Прецизније естимирани статистички параметри омогућавају знатно боље естимације стања система него код примене EKF, а посебно у случајевима када шум процеса и шум мерења не подлежу нормалној (Гаусовој) расподели. При томе рачунска сложеност UKF је слична алгоритму EKF. Мотивација за примену UKF у овом раду је нелинеарност модела кретања возила и естимација ефективне ширине трага точкова возила ( $L_{ef}$ ) који не може директно

да се мери, а који је неопходан за побољшање тачности процене позиције у случају скретања [10], [11].

У контексту навигације беспосадног возила, за компоненте вектора стања система усвајају се координате геометријског центра возила ( $x_r, y_r$ ) и оријентација возила (угао скретања  $\psi_r$ ). Поред ових величина, као додатно стање система узима се и ефективна ширина трага точкова возила ( $L_{ef}$ ), коју није могуће мерити постојећим сензорима. У једначини (2.29), приказан је проширени вектор стања система, који ће бити коришћен у овом моделу:

$$\mathbf{x}(t) = [x_r \quad y_r \quad \psi_r \quad L_{ef}]^T. \quad (2.29)$$

Вектор улаза садржи транслаторни померај  $\Delta s$  и промену угла  $\Delta\psi$ , који се рачунају на основу података са енкодера, применом израза (2.26):

$$\mathbf{u} = [\Delta s \quad \Delta\psi]^T. \quad (2.30)$$

Мерења која се користе за корекцију стања добијају се из IMU:

$$\mathbf{z} = \psi_{m\_IMU}. \quad (2.31)$$

Проширени нелинеарни дискретни модел стања беспосадног возила у овом случају је:

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \\ \psi_{k+1} \\ L_{efk+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k + \Delta s \cdot \cos(\psi_k + \frac{\Delta\psi_k}{2}) \\ y_k + \Delta s \cdot \sin(\psi_k + \frac{\Delta\psi_k}{2}) \\ \psi_k + \Delta\psi_k \\ L_{efk} \end{bmatrix} + \mathbf{w}_k \quad (2.32)$$

$$\mathbf{z}_k = \psi_{m\_IMUk} + v_k, \quad (2.33)$$

где су са  $w(k) \sim N(0, \mathbf{Q})$  и  $v(k) \sim N(0, \mathbf{R})$  моделовани шум процеса и шум мерења, респективно, при чему је промена параметра ефективне ширине трага точкова  $L_{ef}$  моделована као случајни процес.

Матрица  $\mathbf{Q}$  описује непрецизност модела, неидеално понашање енкодера, или непредвиђену динамику (проклизавање, ударци). Матрица је дијагонална 4x4, и има следећу форму:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \sigma_{x,odo}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{y,odo}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\Delta\psi,odo}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{Lef}^2 \end{bmatrix}, \quad (2.34)$$

док се вредности варијанси  $\sigma^2$  на дијагонали матрице одређују из спецификације енкодера, или подешавају на основу симулација или експерименталних мерења. У овом раду су на основу симулационе анализе усвојене следеће вредности:

$$\sigma_{x,odo}^2 = \sigma_{y,odo}^2 = 10^{-6}, \sigma_{\Delta\psi,odo}^2 = 10^{-5} \text{ и } \sigma_{Lef}^2 = 10^{-7}. \quad (2.36)$$

Матрица  $\mathbf{R}$  у овом моделу је димензије 1x1 и описује непоузданост мерења са IMU:

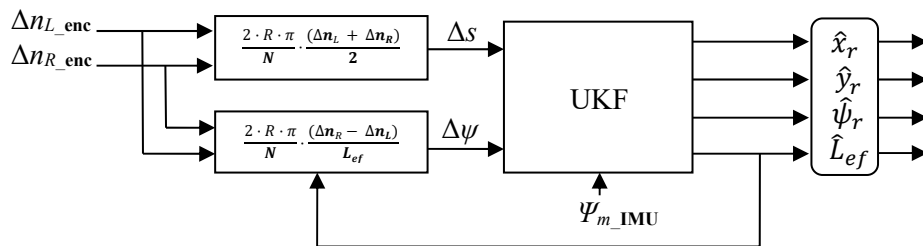
$$\mathbf{R} = \sigma_{\psi_{m\_IMU}}^2 \quad (2.37)$$

где је вредност варијансе  $\sigma_{\psi_m}^2$  одређена из варијансе грешке оријентације добијене експерименталним путем са IMU и креће се у границама:

$$10^{-4} \leq \sigma_{\psi_m}^2 \leq 10^{-3}, \quad (2.38)$$

и у овом раду усвојена је вредност од  $\sigma_{\psi_{m\_IMU}}^2 = 10^{-3}$ .

На слици 2.8 приказан је блок дијаграм примене UKF за естимацују проширеног вектора стања возила који ће бити назван Модел 3. У овом раду је коришћена MATLAB® функција за имплементацију UKF.



Слика 2.8 Блок дијаграм фузије сензора са UKF

### 3. СИМУЛАЦИОНА АНАЛИЗА

#### 3.1. Опис беспосадног лабораторијског возила

У овом раду је коришћена мобилна роботска платформа компаније DrRobot модел Jaguar 4x4 wheel (у даљем тексту возило), које је приказано на слици 3.1. То је даљински управљано беспосадно возило применом 802.11n стандарда, са диференцијалним управљањем (енг. *skid-steer*). Покрећу га четири мотора снаге 80 W, тешко је око 20 kg, максималне брзине 11 km/h, са интегрисаним спољним GPS пријемником и IMU (жироскоп/акцелерометар/компас). Возило поседује интегрисану видео/аудио камеру, која оператеру пружа детаљне информације о окружењу [12].



Слика 3.1 Беспосадно лабораторијско возило

Основне компоненте система обухватају: платформу JAGUAR4x4W-ME (само возило са точковима, моторима и енкодерима), контролер PMS5005-J4W за управљање моторима и прикупљање података са енкодера, WiFi 802.11b/g бежични комуникациони модул WFS802G, двоканални DC драјвер мотора DMD2500, DC-DC конвертор напајања PMCHR12, мрежну колор камеру резолуције 640×480 са 30 fps AXCAM-A, GPS пријемник OGPS501 радне фреквенције од 5 Hz, намењен за спољашњу инсталацију, IMU сензорску јединицу IMU9000 (жироскоп, акцелерометар, магнетометар) са 9 степени слободе, 802.11n бежична приступна тачка/рутер WRT802N, LiPo батеријски пакет BPN-LP-10 са радним напоном 22.2 V и капацитетом 10 Ah [13].

Сензорски систем који је уграђен на беспосадно возило обезбеђује податке неопходне за одређивање релативне позиције и оријентације возила. У оквиру овог рада посебан акценат стављен је на одометарске и инерцијалне сензоре, који представљају основне изворе информација за навигацију у условима у којима апсолутно позиционирање није доступно или је непоуздано. Возило има инкременталне ротационе енкодере, интегрисане у погонске једносмерне моторе сваког точка применом SDC2130 драјверског модула. Енкодери обезбеђују дискретне информације о угаоном положају вратила мотора фреквенцијом 5 Hz, на основу које се одређује угаони померај и пређени пут точкова. Резолуција уграђених енкодера у возило је 300 корака по обртају (енг. *Pulse Per Revolution* - PPR).

За потребе кинематичког модела усвојени су следећи параметри возила: полупречник точка  $R \approx 0,135$  m, ширина трага точкова (растојање између левог и десног точка на истој осовини)  $L \approx 0,48$  m, међуосовинско растојање:  $D \approx 0,36$  m.

Веза точкова и шасије је крута, односно возило има нееластично ослањање (енг. *rigid suspension*). Постоји могућност управљања брзином сваког точка посебно, али је претпостављено да мотори на истој страни увек добијају исте команде за брзину. Међутим, то не значи да ће се они окретати истом брзином, јер мотори раде у отвореној петљи управљања, па ће угаона брзина сваког мотора/точка зависити од више параметара, а највише од оптерећења појединих точкова. У случају да дође до проклизавања неког од точкова због различитог коефицијента трења подлоге или због неравнина на подлози, угаона брзина точка који проклизава ће се повећати.

Због нееластичног ослањања и погона на сва четири точка са диференцијалним управљањем, приликом скретања или наиласка на неравнине, неминовно долази до проклизавања појединих точкова, што представља уобичајену и очекивану појаву код ове врсте возила. Анализом података са свих енкодера могу се детектовати точкови код којих није дошло до проклизавања, или код којих је дошло до проклизавања у мањој мери, чиме се утицај проклизавања на тачност процене позиције може делимично компензовати.

У инерцијалној мерној јединици IMU9000 су интегрисани троосни акцелерометар ADXL345 (мерни опсег  $\pm 16$  g, резолуција 13 бита, фреквенција 50 Hz), троосни жироскоп ITG3205 (мерни опсег  $\pm 2000$  °/s, резолуција 16 бита, фреквенција 50 Hz) и троосни магнетометар HMC5883L (апсолутна оријентација у односу на Земљино магнетно поље,

периоде сигнала 220 ms). IMU је круто причвршћена за тело возила, тако да су сва мерења представљена у ВКС.

Комуникација са возилом (слање команди управљања и читавање података са енкодера и инерцијалних сензора) се обавља применом бежичке мреже, у којој се возило посматра као бежична приступна тачка (енг. *Wireless Access Point* - WAP), на који се прикључује клијент (енг. *Station* - STA). Након повезивања на мрежу, приступа се серверу возила помоћу TCP протокола. Са сервера возила на пријемној страни клијента периодично стижу подаци прочитани са сензора возила у виду пакета, чија су структура и формат података дати у Прилогу 1.

### 3.2. Комуникација са возилом из MATLAB-а

У овом раду комуникација са возилом се остварује преко рачунарске станице, а обрада пакета података, чија структура и формат су приказани на слици 3.2, се врши у софтверском окружењу MATLAB®.

У првом кораку се из пакета издвајају инкременталне вредности са сва четири енкодера:  $n_{LF}$  – предњи-леви,  $n_{RF}$  – предњи-десни,  $n_{LR}$  – задњи-леви и  $n_{RR}$  – задњи-десни. Изглед порука са вредностима ових података у оквиру пакета података приказана је на слици 3.3.

**MM0 C=4761:-4718**

**MM1 C=4644:-4906**

Слика 3.2 Изглед поруке са вредностима података са енкодера

Информације о тренутним вредностима корака са енкодера почињу ознаком драјверске плоче за моторе **MM0**, односно **MM1**, при чему прва плоча управља предњим моторима, а друга задњим. Следеће слово означава о којем податку се ради (**C** – тренутна вредност корака на енкодеру, **A** – струја коју узима мотор, **P** – управљачки сигнал мотора (*Pulse Width Modulation* - PWM), **T** – температура мотора и др). Ако је слово **C** први број после знака једнакости представља вредност са енкодера на левој страни, а други број, после двотачке, представља вредност са енкодера на десној страни. Треба нагласити да када се возило креће напред, вредности енкодера на левој страни се инкрементирају, док се на десној декрементирају.

Фреквенција ажурирања података са енкодера је једнака фреквенцији пристизања пакета и износи 5 Hz. Након издвајања вредности са сва четири енкодера, рачунају се инкременталне промене сваког у односу на предходно стање:  $\Delta n_{LF}$  – за предњи-леви,  $\Delta n_{RF}$

– за предњи-десни,  $\Delta n_{LR}$  – за задњи-леви и  $\Delta n_{RR}$  – за задњи-десни. На основу ова четири формирају се два податка:  $\Delta n_L$  – средња вредност инкременталних промена на левој страни и  $\Delta n_R$  – средња вредност инкременталних промена на десној страни возила:

$$\Delta n_L = \frac{\Delta n_{LF} + \Delta n_{LR}}{2} \text{ и } \Delta n_R = \frac{\Delta n_{RF} + \Delta n_{RR}}{2} \quad (3.1)$$

који су потребни за прорачун пређеног пута  $\Delta s$  и промене угаоне оријентације  $\Delta \psi$  у кинематичком моделу возила, изрази (2.25) и (2.26).

Формат поруке која садржи информацију о релативној оријентацији возила у оквиру пакета података приказан је на слици 3.4.

#205,YAW,-0.44,GYRO,71,-26,56,ACC,28,1,269,ADC,132,138,8,4,

Слика 3.3 Формат поруке из IMU

Подаци из IMU почињу симболом #, после којег следи осмобитни редни број податка, а затим информације о оријентацији возила (YAW), „сировим“ подацима са троосног жирокопа (GYRO) и троосног акцелерометра (ACC). Процена оријентације се реализује на самој контролерској плочи возила PMS5005-J4W, на основу сигнала из IMU, или, опционо на основу сигнала из GPS пријемника. Податак о оријентацији се преноси у саставу пакета фреквенцијом од 50 Hz и са резолуцијом 0,01 rad. Треба напоменути да је фреквенција пристизања података из IMU десет пута већа од фреквенције подата из енкодера. Да би се обезбедила синхронизација одабирања података из IMU и енкодера, за један пакет података узима се једна вредност за угаону оријентацију (YAW), и то она која је временски најближа читавању вредности са енкодера.

Поред података о оријентацији возила, из поруке са IMU се издвајају и подаци о фронталном убрзању возила. Ови подаци ће бити коришћени при избору енкодера (точка) на истој стране возила, са којег ће се читавати подаци, у случајевима маневра са проклизавањем.

Први број после ознаке ACC на слици 3.4 у подацима послатих из IMU представља вредност убрзања по оси  $x_b$  ВКС. Вредности убрзања се приказују у скалираном облику, тако да вредност од 255 приближно износи 1 g, односно 9.81 m/s<sup>2</sup>. И у овом случају се због синхронизације одабирања података из IMU и енкодера, за један пакет података формира средња вредност фронталног убрзања за дати пакет података:

$$\overline{AC_x} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} AC_x i \quad (3.2)$$

### 3.3. Симулациони сценарији за тестирање модела

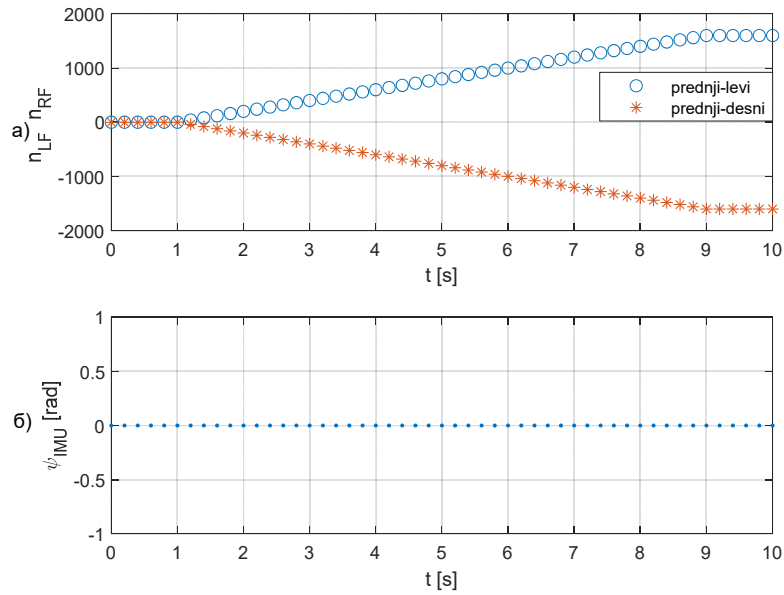
У циљу валидације предложених модела за процену релативног положаја и оријентације возила у равни, извршено је генерисање сигнала који моделују рад сензора у различитим ситуацијама кретања, односно маневара возила. Генерисани су сигнали за сва четири енкодера ( $n_{LF}$ ,  $n_{RF}$ ,  $n_{LR}$  и  $n_{RR}$ ) и сигнали о оријентацији (YAW), која моделује рад IMU. Сви сигнали су генерисани са периодом која одговара периоди пријема пакета података са возила (0,2 s). Пошто се не разматра динамички, већ кинематички модел кретања возила, у симулационим сценаријима претпостављено је да возило из мировања може у тренутку да убрза до своје номиналне брзине, као и да се возило може у тренутку зауставити у месту. Сценарији који ће бити разматрани су: идеална путања возила, путање са мерним шумовима сензора и путање са моделованим проклизавањем точкова.

#### 3.3.1. Сценарио 1 – идеална путања возила

У оквиру овог сценарија генерисани су сигнали сензора за моделовање кретања возила по три идеалне путање: случај 1 – идеално праволинијско кретање, случај 2 – идеално окретање у месту и случај 3 – идеално кретање по кружној путањи.

У првом случају, релативна оријентација возила током кретања остаје непромењена, али се линеарно повећава укупан пређени пут. Возило једну секунду стоји у месту, а затим у тренутку убрзава до номиналне брзине од 200 корака у секунди (приближно 0,565 m/s), односно вредности промене корака енкодера су  $\Delta n_{LF} = -\Delta n_{RF} = \Delta n_{LR} = -\Delta n_{RR} = 40$ . Возило се овом брзином креће осам секунди, а затим се у тренутку зауставља и остаје у том стању једну секунду. Циљ разматрања оваквог случаја јесте тестирање модела за процене позиције и оријентације током праволинијског кретања напред, као и тачност одређивања пређеног праволинијског пута.

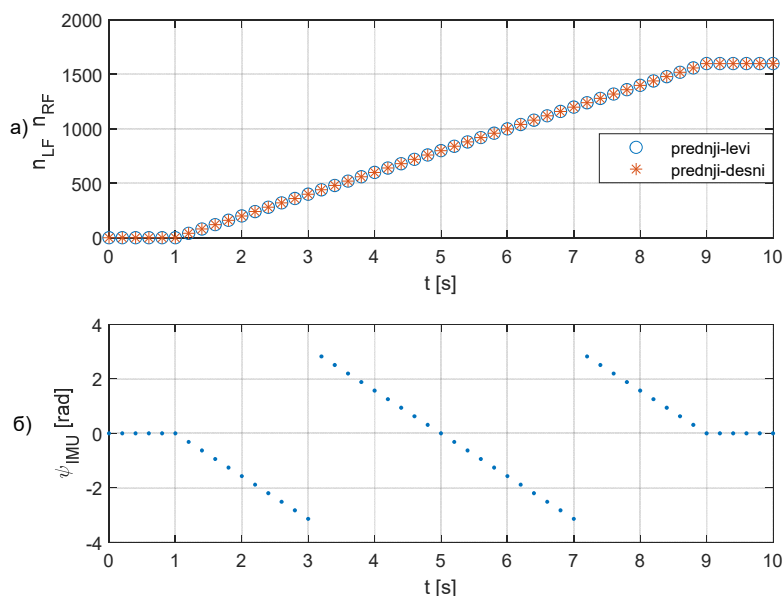
На слици 3.5.а приказани су графици генерисаних сигнала енкодера предњег-левог и предњег-десног точка ( $n_{LF}$  и  $n_{RF}$ ) у функцији времена. Моделоване вредности енкодера са десне стране су супротног знака у односу на леву страну, због начина уградње енкодера на возило, што је описано у тачки 3.2. Графици генерисаних сигнала енкодера на задњим точковима су идентични са графицима на предњим точковима. На слици 3.5.б приказани су генерисани подаци о оријентацији возила, чије се вредности за идеалну праволинијску путању не мењају.



Слика 3.4 Генерисани сигнали а) енкодера и б) IMU за случај идеалног праволинијског кретања

У оквиру другог случаја се моделује идеално окретање возила у месту око центра ротације (енг. *point turn* или *zero turn*), при чему се релативна позиција не мења, а оријентација возила се промени за  $4\pi$  rad, односно возило се окрене два круга, у смеру кретања казаљке на сату. Окретање возила се врши тако да су почетна и крајња позиција возила исте, као и почетна и крајња оријентација. Возило једну секунду стоји у месту, затим се почиње окретати брзином  $90^\circ/\text{s}$ , при чему се точкови окрећу константном угаоном брзином од 200 корака у секунди. Генерисане вредности промене корака енкодера су  $\Delta n_{LF} = \Delta n_{RF} = \Delta n_{LR} = \Delta n_{RR} = 40$ . Возило се затим тренутно зауставља и остаје у стању мировања последњу секунду. Циљ овог случаја је тестирање модела приликом окретања у месту и тачност естимације позиције и оријентације у крајњој тачки.

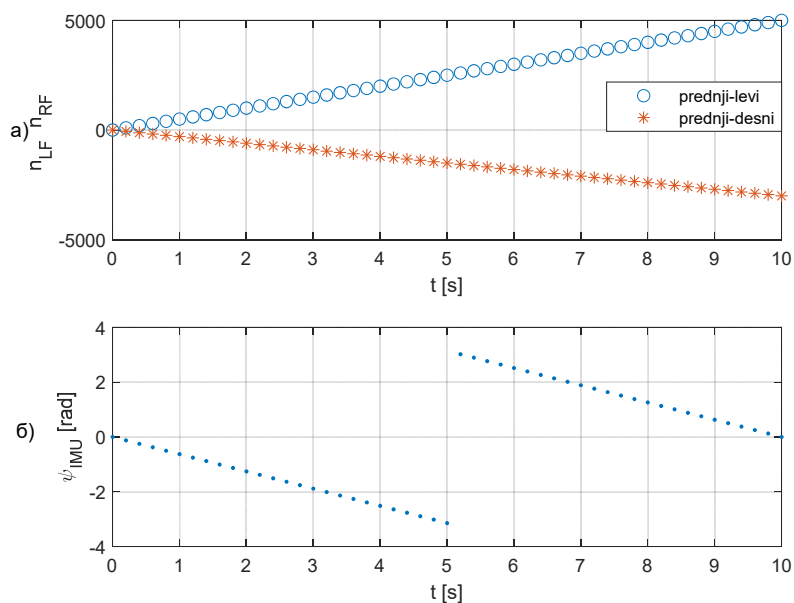
На слици 3.6.а приказани су графици генерисаних сигнала енкодера предњег-левог и предњег-десног точка ( $n_{LF}$  и  $n_{RF}$ ) у функцији времена за овај случај. Са графика се може видети да вредности енкодера са леве и десне стране имају исте вредности, али предњи леви точак покреће возило у напред, док предњи десни покреће у назад, приликом чега долази до окретања возила у месту. Графици генерисаних сигнала енкодера на задњим точковима су идентични са графицима на предњим точковима. На слици 3.6.б приказани су генерисани подаци о оријентацији возила, из које се може видети равномерно скретање возила у десну страну за пуна два круга. Дисконтинуитети на графику се дешавају у тренуцима промене вредности угла скретања са  $-\pi$  на  $\pi$ .



Слика 3.5 Генерисани сигнали а) енкодера и б) IMU за случај идеалног окретања у месту

Трећи случај, односно идеално кретање по кружној путањи, представља моделовање сложеног маневра које обједињава транслаторно кретање возила, уз истовремену промену оријентације возила. Возило се креће по кружној трајекторији, у десно, и враћа се у почетну тачку, описујући идеалну кружницу. Сигнали су генерисани тако да возило од почетка посматрања започиње кретање по кружној путањи у десно, које траје 10 s и у тренутку се зауставља. Почетна и крајња позиција су исте, као и почетна и крајња оријентација. Генерисани сигнали енкодера на левој страни су симулирани са 500 корака у секунди ( $\Delta n_{LF} = \Delta n_{LR} = 80$ ), док су на десној страни симулирани са 300 инкремената у секунди ( $\Delta n_{RF} = \Delta n_{RR} = -60$ ). Циљ овог случаја јесте тестирање модела приликом сложеног кретања по кружној путањи, али и тачност естимације крајње позиције и оријентације возила у идеалним условима.

На слици 3.7.а а приказани су графици генерисаних сигнала енкодера предњег-левог и предњег-десног точка ( $n_{LF}$  и  $n_{RF}$ ) у функцији времена за трећи случај. Са графика се може видети, да и леви и десни точак покрећу возило у напред, али различитим брзинама, због чега возило скреће. Графици генерисаних сигнала енкодера на задњим точковима су, као и у предходним случајевима, идентични са графицима сигнала енкодера на предњим точковима. На слици 3.7.б приказани су генерисани подаци о оријентацији возила, са које се може видети да је за време маневра возило направило један пун круг.

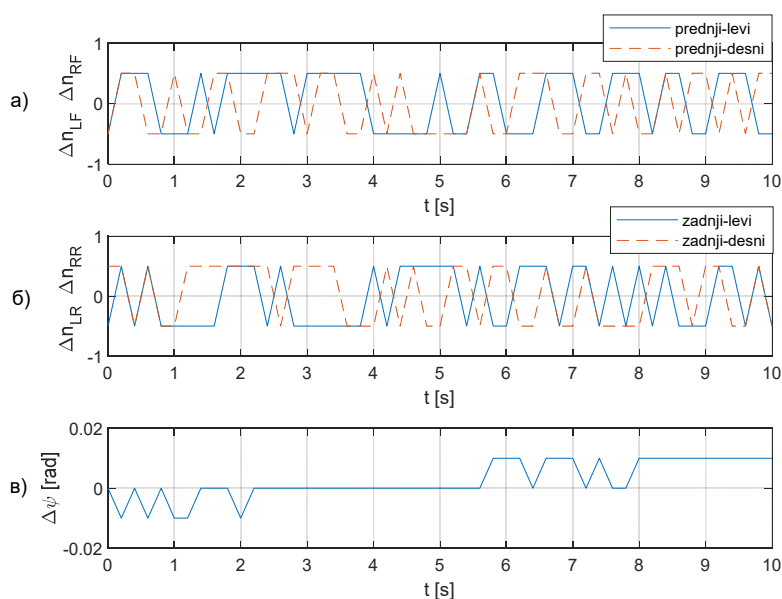


Слика 3. 6 Генерисани сигнали а) енкодера и б) IMU за случај идеалног кретања по кружној путањи

### 3.3.2. Сценарио 2 - моделовање шума сензора

За моделовање реалистичније ситуације и да би се испитали утицаји грешака сензора на процене положаја и орјенатације појединих модела, генерисани су сигнали који моделују шуме сензора. За сваки сензор је моделован одговарајући адитивни шум, који се сабира са генерисаним сигналма сензора за претходни сценарио.

Мерни шум у сигналу из енкодера може се поделити на квантизациони шум и на шум због физичких сметњи. Сигнали из енкодера су дискретни, а тачност је одређена резолуцијом сензора, што представља шум квантизације. Услед несавршености у изради, ексцентричности монтаже и утицаја вибрација осовине, може доћи до појаве „лажних“ импулса. Шум квантизације сигнала енкодера је моделован као бели шум (униформна расподела), са очекивањем нула и варијансом ( $\sigma^2$ ) која се за ову врсту расподеле на интервалу  $\Delta$  (од -0,5 до 0,5), добија као  $\Delta^2/12 \approx 0,0833$  односно стандардном девијацијом ( $\sigma$ ) од приближно 0,288. На слици 3.8.а и 3.8.б приказан је моделовани шум сваког енкодера, који се додаје на већ генерисане сигнале енкодера у сценарију 1.



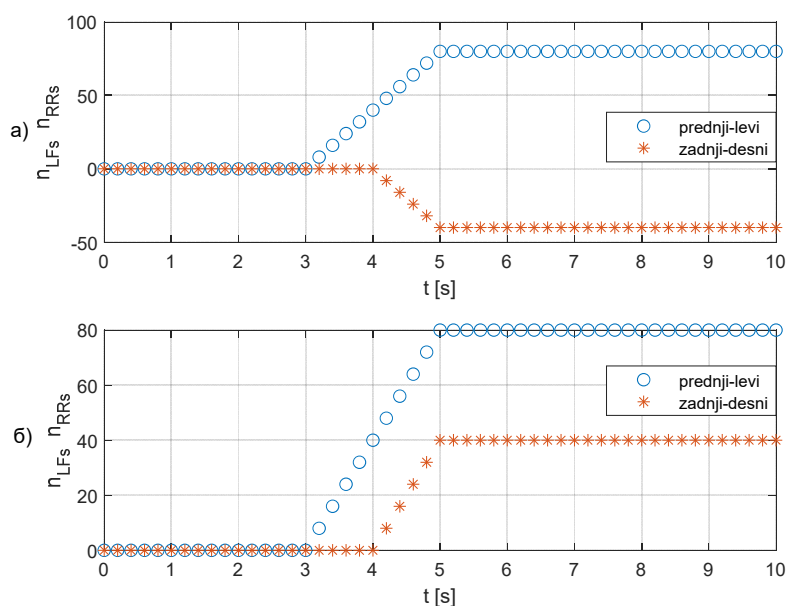
Слика 3.7 Моделовани сигнали шума енкодера на а) предњим, б) задњим точковима и в) IMU

Шум сигнала IMU, такође, потиче од шума квантизације, јер се информација о процени оријентације преноси у дигиталном облику, са резолуцијом од 0,01 rad. Осим тога, у сигнаlima о процени оријентације појављује се и дрифт, који потиче од несавршености жироскопа и процеса интеграције угаоне брзине. Експериментално је утврђено да инерцијална јединица у мировању инкрементира угао оријентације за 0,01 rad у просеку једном у седам секунди, па ће приликом генерисања сигнала који моделује рад IMU, бити моделован и дрифт истих карактеристика. Моделовани сигнал из IMU приказан је на слици 3.8.в.

### 3.3.3. Сценарио 3 – моделовање проклизавања точкова

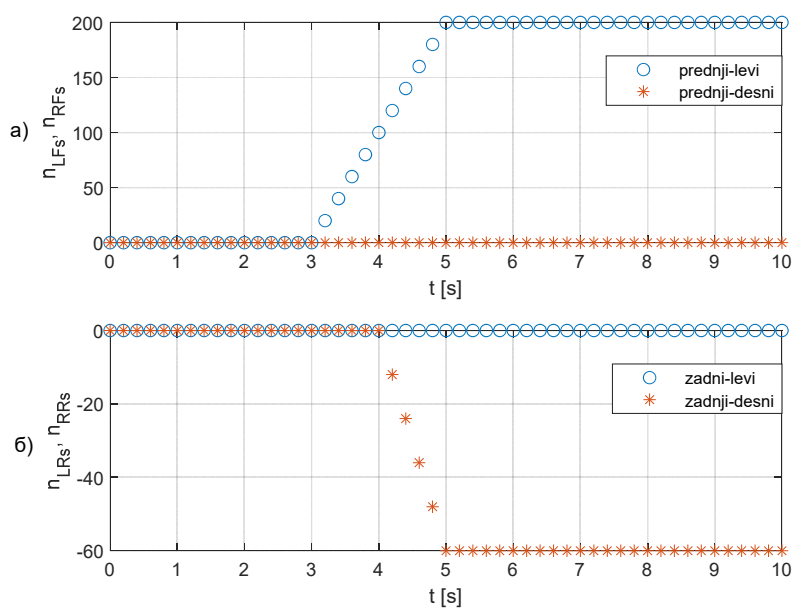
У оквиру овог сценарија се моделује појава проклизавања. Проклизавање точка се моделује његовом већом угаоном брзином у односу на номиналну (за 20%), током трајања клизања. Овакав сценарио узима у обзир да су мотори на точковима у отвореној спрези, те да њихова угаона брзина зависи, између осталог и од оптерећена погонског мотора. Моделовано је проклизавање предњег левог и задњег десног точка, различитог трајања, при чему проклизавање предњег левог точка почиње од треће и траје до пете секунде, а задњег десног почиње од четврте и траје до пете секунде. У четвртој секунди се моделује истовремено проклизавање дијагоналних точкова (предњи леви и задњи десни), што је био чест случај током тестирања беспосадног возила у ситуацијама наиласка на неравну подлогу.

Моделовани сигнали промене вредности енкодера у сценарију проклизавања приказани су на слици 3.9.а за праволинијско кретање и 3.9.б за окретање у месту.



Слика 3. 8 Генерисани сигнали промене вредности енкодера због проклизавања за а) праволинијско кретање и б) окретање у месту

Са графика се јасно могу уочити моменти (трећа секунда за леве точкове и четврта за десне) у којима долази до промене (повећања) корака са енкодера на точковима који клизају. На слици 3.10 приказане су промене корака на сва четири енкодера услед проклизавања за кружну путању.



Слика 3.9 Генерисани сигнали промене вредности енкодера због проклизавања за а) предње и б) задње точкове при кружној путањи

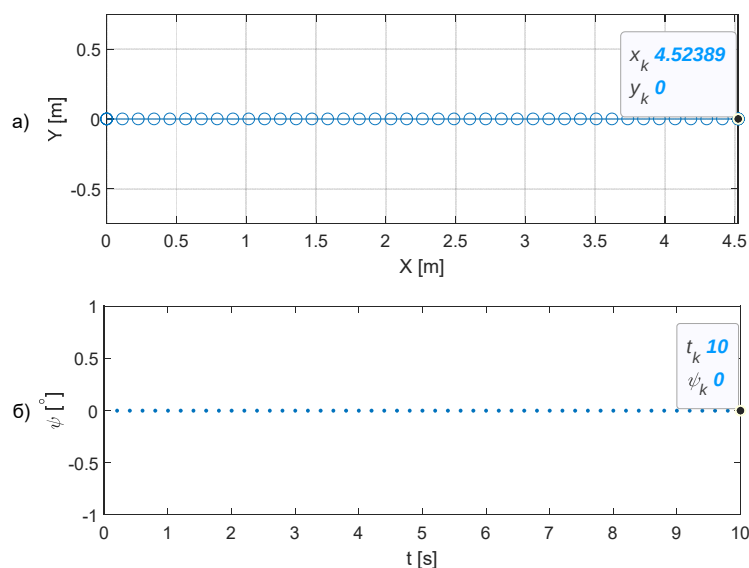
Генерисани сигнали оријентације возила, који симулирају рад IMU, за све случајеве су исти као код идеалних путања (сценарио 1).

### 3.4. Анализа резултата симулације за Модел 1

У овој анализи биће разматрана тачност процена положаја и оријентације возила по Моделу 1, који је описан у тачки 2.2.2., односно применом само моделованих сигнала енкодера. Тестирање модела се реализује за све претходно описане сценарије: кретање возила по идеалним путањима (сценарио 1), кретање уз моделоване шуме сензора (сценарио 2) и кретање са моделованом појавом проклизавања тачкова (сценарио 3). За фактор проклизавања  $k_{slip}$  је усвојена вредност 1, што значи да је ефективна ширина трага тачкова  $L_{ef}$  једнака стварној  $L$ .

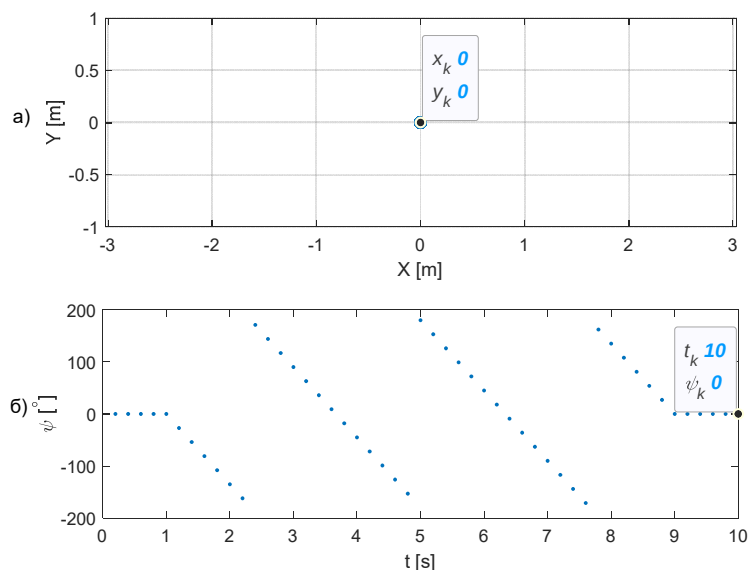
#### 3.4.1. Резултати за Модел 1 и сценарио 1

За случај 1 – моделовање идеалног кретања праволинијском путањом напред, која траје осам секунди, брзином од 200 корака у секунди, пређени пут возила на крају кретања треба да износи 4,5239 m, а оријентација возила  $0^\circ$ . На слици 3.11 под а) је приказана путања возила у референтном координатном систему, а под б) угао оријентације током времена. На основу резултата у крајњој тачки ( $x_k$ ,  $y_k$  и  $\psi_k$ ), може се закључити, да Модел 1 на основу података само са енкодера, за ситуацију праволинијског кретања напред у идеалним условима (без шума и проклизавања), исправно одређује и позицију и оријентацију.



Слика 3.10 Процене а) положаја и б) оријентације возила за Модел 1 и сценарио 1 - случај 1

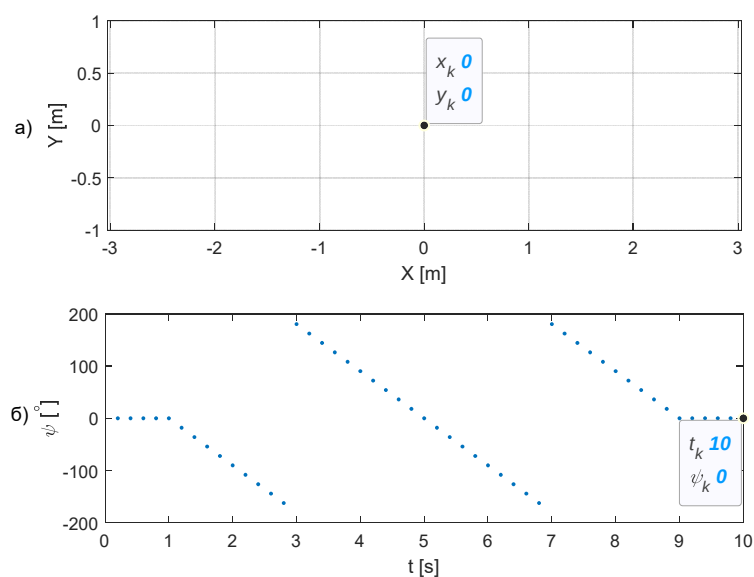
За случај 2 – моделовање идеалног окретања у месту, у трајању од осам секунди, са брзином ротације точкова од 200 корака у секунди, али у супротним смеровима (леви точкови се окрећу унапред, а десни у назад). Пређени пут возила на крају кретања треба да износи 0 m, јер се возило окретало у месту. Без бочног клизавања, точкови би требало да пређу исти пут као и у предходној симулацији (4,5239 m), али у супротним смеровима и опишу кружнице чији су полупречници 0,24 m (половина ширине трага точкова). То значи да би у идеалним условима возило направило пуна три круга, па је крајња оријентација возила  $0^\circ$ . На слици 3.12.а је приказана путања возила у референтном координатном систему, а 3.12.б оријентација током времена (сведена на опсег од  $-180^\circ$  до  $180^\circ$ ). На основу резултата за крајњу тачку, може се закључити да Модел 1, и у овом случају тачно одређује позицију и оријентацију.



Слика 3.11 Процене а) положаја и б) оријентације возила за Модел 1 и сценарио 1 - случај 2 без бочног клизања

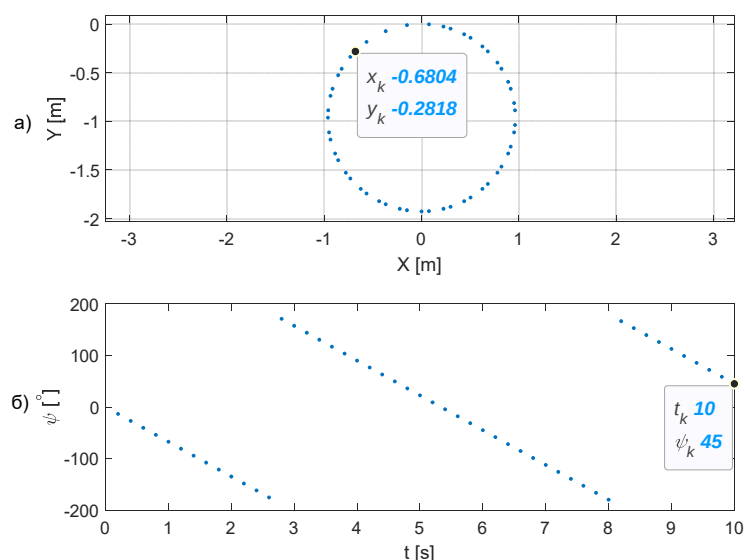
Међутим, скретање код возила са диференцијалним управљањем и погоном на сва четири точка није могуће без проклизавања, па тако ни окретање у месту. Возило би требало да направи пуна два круга, према сценарију 1 идеалног окретања у месту, а не три. Из тог разлога, се мења ефективна ширина трага точкова, како би на крају окретања у месту, после два пуна круга, оријентација износила  $0^\circ$ . Да би се постигла тражена крајња оријентација, ефективна ширина трага точкова мора да износи 0,72 m, односно коефицијент бочног клизавања ( $k_{slip}$ ) 0,667. На слици 21. под а) је приказана путања возила, а под б) оријентација током времена са промењеном ширином трага точкова. На основу резултата у крајњој тачки може се закључити да се позиција у овој ситуацији није променила изменом ширине трага точкова, али да се оријентација променила, односно да се возило

окренуло пуна два круга, а не три. Иако се возило практично није померило из места, да би се могла рачунати релативна грешка тачности позиције, усвојићемо да су точкови прешли као и у ситуацији праволинијске путање укупно 4,5239 m.



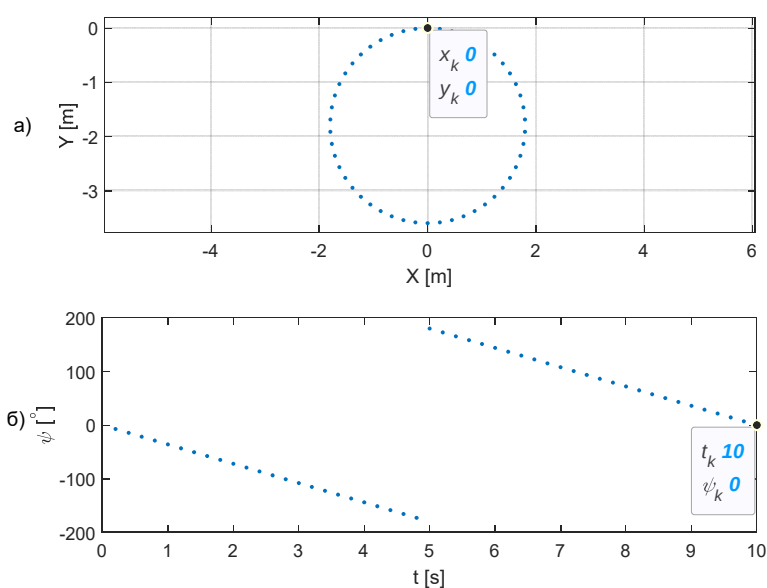
Слика 3.12 Процене а) положаја и б) оријентације возила за Модел 1 и сценарио 1 - случај 2 са бочним клизањем

За случај 3 – моделовање идеалног кретања кружном путањом, у трајању од 10 s, са брзином ротације точкова од 500 корака у секунди за леву страну и 300 корака у секунди за десну страну. Пређени пут центра возила, опише скоро два пуна круга ( $675^\circ$ ) полупречника 0,962 m. Почетна и крајња позиција се сада значајно разликују, као и почетна и крајња оријентација. На слици 3.14.a је приказана путања возила, а 3.14.б оријентација током времена. На основу крајњих резултата се може закључити да Модел 1 за кретање идеалном кружном путањом у идеалним условима (без шума и бочног клизања) не естимира тачно ни позицију ни оријентацију.



Слика 3.13 Приказ резултати а) положаја и б) оријентације возила за идеално кретање кружном путањом без бочног клизања

Разлог нетачне процене је занемаривање бочног клизавања током скретања. Да би се добила тачна процена, поново се приступа процени ефективне ширине трага точкова  $L_{ef}$ , односно коефицијента бочног клизања. Усвајајући вредност  $L_{ef}$  на 0,9 m, добија се процена позиције и оријентације као на слици 3.15. Полупречник кружнице коју геометријски центар возила опише је сада 1,801 m, а укупни пређени пут 11,317 m. Модел 1 показује добру тачност само у случају идеално правих путања. У случају да путања возила садржи окретање у месту или скретање, због појаве бочног клизања, Модел 1 није употребив за процену у реалном времену, због непознавања ефективне ширине трага точкова.



Слика 3.14 Процене а) положаја и б) оријентације возила за Модел 1 и сценарио 1 - случај 3 са бочним клизањем

### 3.4.2. Резултати за Модел 1 и сценарио 2

Вредности крајњих позиција и оријентација возила из сценарија 1 за идеалне путање са бочним клизањем, биће искоришћене као референтне за поређење са резултатима добијеним у овом сценарију. Такође ће се вредности за ефективну ширину трага точкова возила, добијена из сценарија 1 ( $L_{ef}=0,48$  m за праволинијску путању,  $L_{ef}=0,72$  m за окретање у месту и  $L_{ef}=0,9$  m за кружну путању), усвојити за референтне тачне вредности. Тестирање треба да покаже колика је осетљивост модела на шум енкодера. Сви добијени резултати су заокружени на трећу децималу (1 mm) по позицији и  $0,1^\circ$  по углу, због резолуције енкодера (најмањи линијски померај центра возила је 1,41 mm, а најмања угаона резолуција приликом прорачуна инкремента енкодера је  $0,337^\circ$ ). У табели 3.1 приказане су апсолутне и релативне грешке у позицији у оријентацији возила. Апсолутне грешке за позицију су рачунате у односу на референтне позиције по формули  $\sqrt{\Delta x_r^2 + \Delta y_r^2}$ , док су релативне грешке за позицију рачунате у односу на средњу вредност пређеног пута точкова.

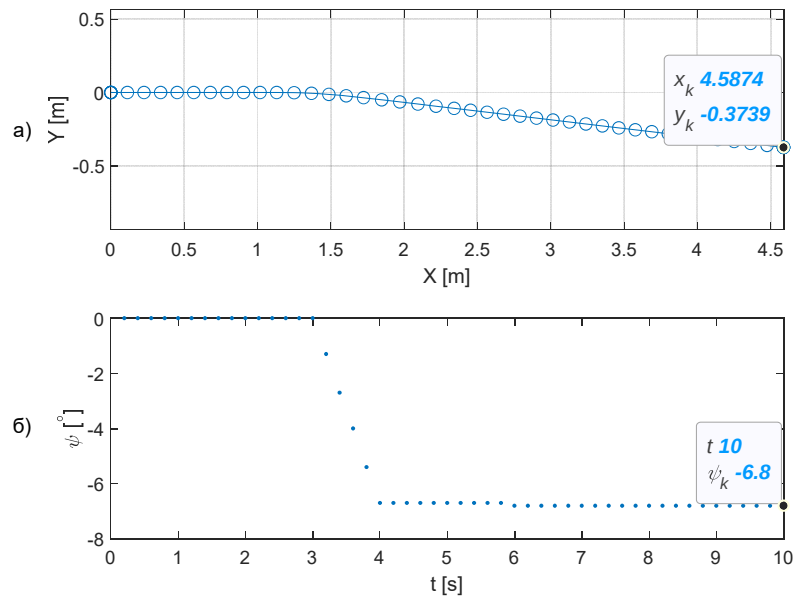
Табела 3.1 Грешке процена позиције и оријентације за Модел 1 и сценарио 2

| грешка/путања        | праволинијска |              | окретање у месту |              | кружна   |              |
|----------------------|---------------|--------------|------------------|--------------|----------|--------------|
|                      | позиција      | оријентација | позиција         | оријентација | позиција | оријентација |
| <b>апсолутна</b>     | 0,013 m       | $0^\circ$    | 0,016 m          | $0^\circ$    | 0,003 m  | $0^\circ$    |
| <b>релативна [%]</b> | 0,29          | 0            | <b>0,35</b>      | 0            | 0,03     | 0            |

На основу табеле се може закључити да је утицај моделованог шума квантизације са енкодера у свим ситуацијама значајно испод 1% средњег пређеног пута точкова. Највећи утицај је код окретања у месту, а најмања приликом кружне путање. Ово се могло очекивати, собриром да је код кружне путање однос шума сензора у односу на број корака који су генерисали енкодери био најмањи. Апсолутна тачност оријентације је у свим сценаријима је била испод резолуције која се могла добити са сензора (у овом случају из корака енкодера).

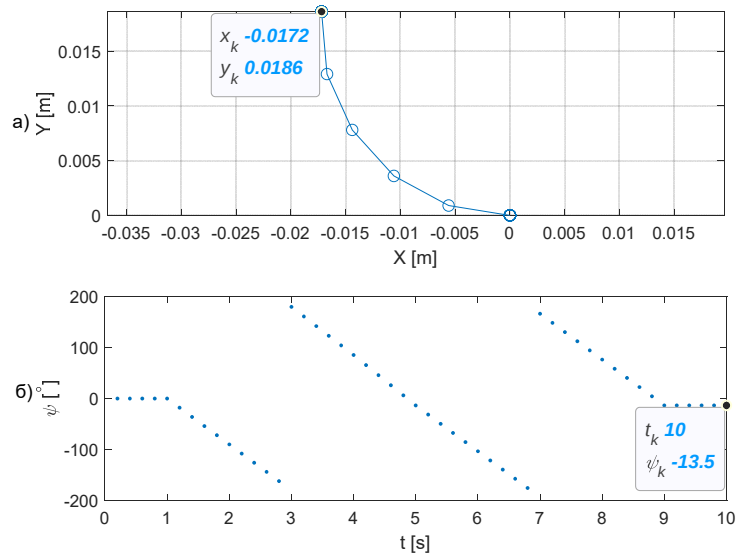
### 3.4.3. Резултати за Модел 1 и сценарио 3

Вредности крајњих позиција и оријентација возила из сценарија 1 за идеалне путање биће искоришћене као референтне за поређење са резултатима добијеним и у овом сценарију. Тестирање треба да покаже колика је осетљивост модела на појаву проклизавања точкова у различитим ситуацијама. На слици 3.16.a је приказана процена позиције при праволинијском кретању са моделованим проклизавањем точкова, а на слици 3.16.b процена оријентације возила у времену.



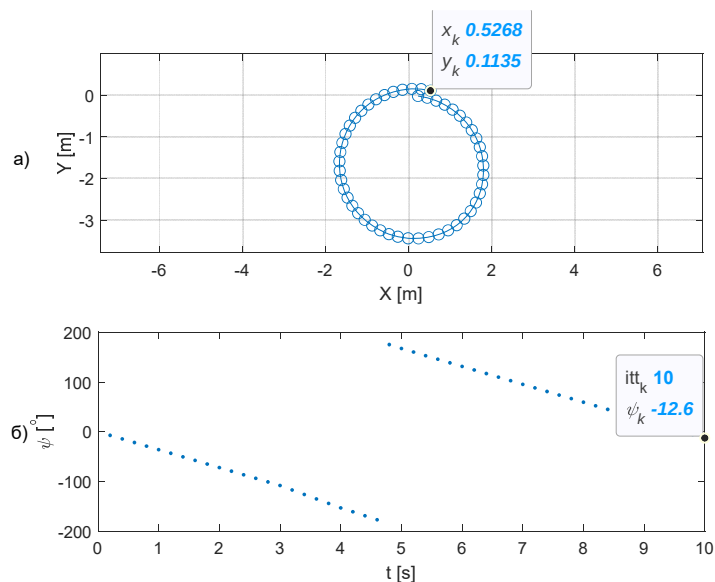
Слика 3.15 Процене а) положаја и б) оријентације возила за Модел 1 и сценарио 3 – случај 1

На слици 3.17.а је приказана процена позиције при окретању у месту са моделованим проклизавањем тачкова, а на слици 3.17.б процена оријентације возила у времену.



Слика 3.16 Процене а) положаја и б) оријентације возила за Модел 1 и сценарио 3 – случај 2

На слици 3.18.а је приказана процена позиције при кружном кретању са моделованим проклизавањем тачкова, а на слици 3.18.б процена оријентације возила у времену.



Слика 3.17 Процене а) положаја и б) оријентације возила за  
Модел 1 и сценарио 3 – случај 3

Анализом слике се може закључити да су грешке настале због проклизавања значајно веће у односу на грешке настале због шума енкодера (сценарио 2) и да подаци о позицији и оријентацији више нису употребљиви. Апсолутне и релативне грешке у процени позиције и у оријентације, за сва три случаја приказани су у табели 3.2.

Табела 3.2 Грешке процена позиције и оријентације за Модел 1 и сценарио 3

| грешка/путања        | правoliniјска |              | окретање у месту |              | кружна   |              |
|----------------------|---------------|--------------|------------------|--------------|----------|--------------|
|                      | позиција      | оријентација | позиција         | оријентација | позиција | оријентација |
| <b>апсолутна</b>     | 0,379 m       | 6,8°         | 0,025 m          | 13,5°        | 0,539 m  | 12,6°        |
| <b>релативна [%]</b> | <b>8,38</b>   | 1,89         | 0,56             | 1,88         | 4,76     | 3,5          |

На основу резултата из табеле 3.2 може се закључити да је утицај моделованог проклизавања тачкова за ред величине веће и по питању процене позиције и оријентације возила по Моделу 1 од утицаја моделованог шума енкодера.

Из тог разлога се модификује једначина (3.1), за одабир промене корака са енкодера леве и десне стране возила. Ако возило има средње фронтално убрзање  $\overline{AC_x} \geq 0$ , узима се мања апсолутна вредност промене корака енкодера на истој страни возила (изрази (3.3) и (3.4)), јер се претпоставља да тај точак има бољи контакт са подлогом, па је и његова угаона брзина мања у односу на други, који је вероватно проклизао:

$$\Delta n_L = \begin{cases} \Delta n_{LF}, & \text{за } |\Delta n_{LF}| \leq |\Delta n_{LR}| \\ \Delta n_{LR}, & \text{за } |\Delta n_{LF}| > |\Delta n_{LR}| \end{cases} \quad (3.3)$$

$$\Delta n_R = \begin{cases} \Delta n_{RF}, & \text{за } |\Delta n_{RF}| \leq |\Delta n_{RR}| \\ \Delta n_{RR}, & \text{за } |\Delta n_{RF}| > |\Delta n_{RR}| \end{cases} \quad (3.4)$$

На сличан начин се може одабрати вредност промене енкодера у случају проклизавања приликом заустављања, када је средње фронтално убрзање негативно  $\overline{AC_x} < 0$ . Тада се вредности промене корака точкова на левој и десној страни возила добијају на следеће начин:

$$\Delta n_L = \begin{cases} \Delta n_{LR}, & \text{за } |\Delta n_{LF}| \leq |\Delta n_{LR}| \\ \Delta n_{LF}, & \text{за } |\Delta n_{LF}| > |\Delta n_{LR}| \end{cases} \quad (3.5)$$

$$\Delta n_R = \begin{cases} \Delta n_{RR}, & \text{за } |\Delta n_{RF}| \leq |\Delta n_{RR}| \\ \Delta n_{RF}, & \text{за } |\Delta n_{RF}| > |\Delta n_{RR}| \end{cases} \quad (3.6)$$

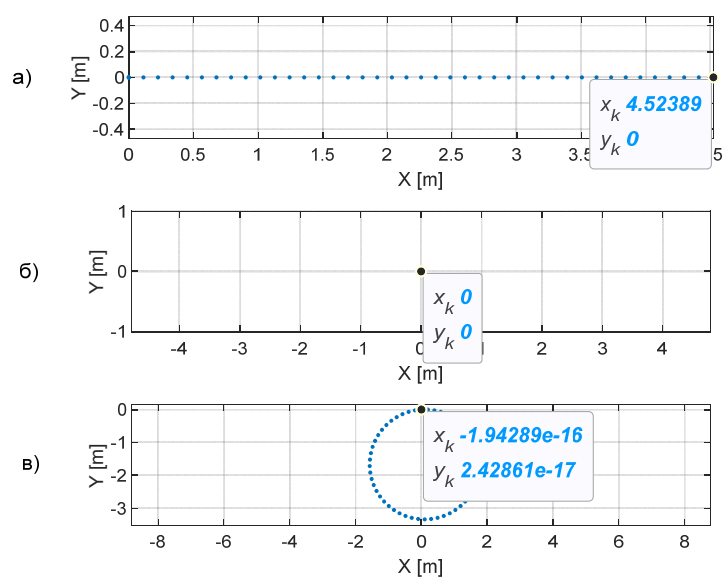
Избором вредности корака са енкодера на точковима који имају бољи контакт са подлогом, процене позиције и оријентације возила имају идентичне вредности као у случају идеалних путања, описаних у тачки 3.4.1. Ако бар по један точак на истој страни возила има добар контакт са подлогом и не проклизава, процене позиције и оријентације возила применом само одометрије, добијају се тачни резултати. Међутим, при скретању возила са диференцијалним погоном јавља се бочно клизање на свим точковима истовремено и које је немогуће компензовати у реалном времену, па је практична примена само одометрије за процене позиције и оријентације условљена великим бројем ограничења.

### 3.5. Анализа резултата симулације за Модел 2

Применом Модела 2 процене позиције возила се врше на основу одометрије, док се оријентација возила читава из IMU, односно на основу генерисаних сигнала које моделују рад IMU. Из тог разлога у наставку ће се анализирати само квалитет процена позиције возила. Модел 2 ће бити тестиран кроз исте сценарије као и Модел 1.

#### 3.5.1. Резултати за Модел 2 и сценарио 1

За идеалне путање кретања, резултати процена позиције и оријентације возила се у потпуности поклапају са резултатима предходног Модела 1, чији су резултати дати у тачки 3.4.1. На слици 3.19 су приказане процене позиције за сва три случаја идеалних путања.

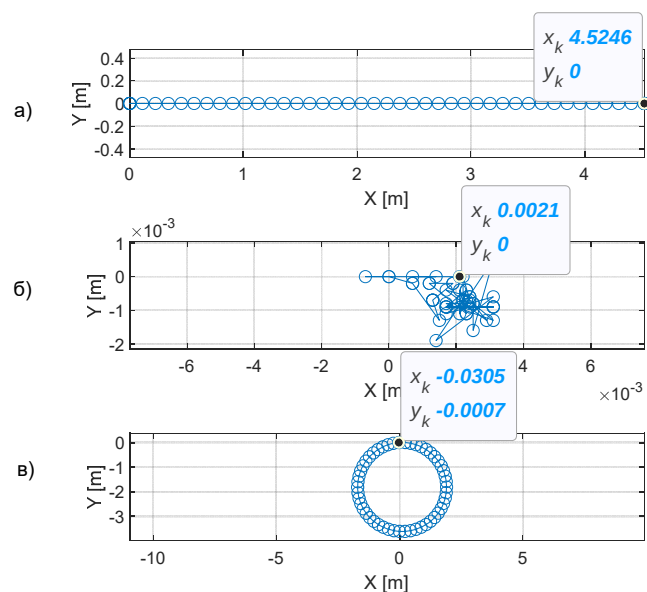


Слика 3.18 Процене позиције за Модел 2 и сценарио 1  
а) случај 1, б) случај 2, в) случај 3

На основу вредности крајњих позиција у свим случајевима се може закључити да Модел 2, базиран на једноставној фузији података са енкодера и IMU, исправно процењује позицију возила у идеалним условима (без шума и проклизавања).

### 3.5.2. Резултати за Модел 2 и сценарио 2

Крајње вредности за позицију возила, добијене из предходног сценарија за идеалне путање, биће искоришћене као референтне за поређење са резултатима у овом сценарију. Тестирање треба да покаже колика је осетљивост Модела 2 на моделоване шумове сензора. Сви резултати симулација су заокружени на трећу децималу (1 mm) по позицији и  $0,1^\circ$  по углу, због резолуције самих сензора. На слици 3.20 су приказане процене позиције за сва три случаја са моделованим грешкама сензора.



Слика 3.19 Процена позиције за Модел 2 и сценарио 2  
а) случај 1, б) случај 2, в) случај 3

Апсолутне и релативне грешке у позицији приказани су у табели 3.3.

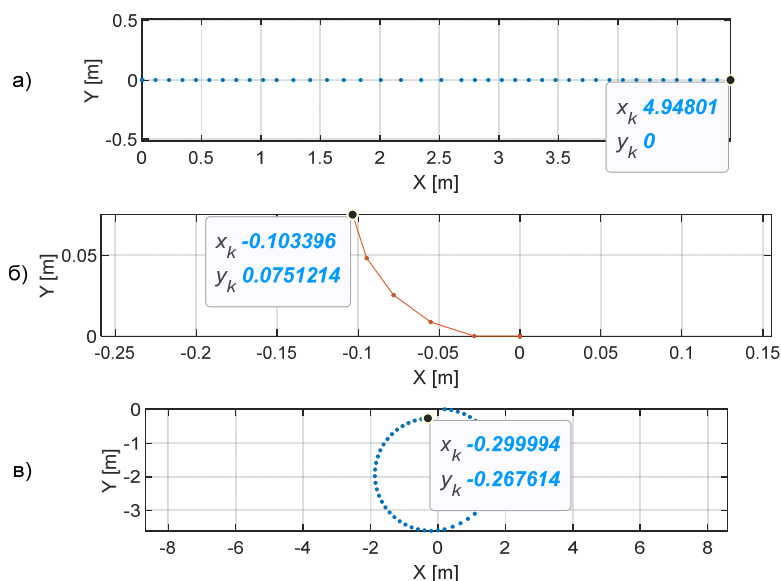
Табела 3.3 Грешке процена позиције за Модел 2 и сценарио 2

| грешка/путања | правoliniјска | окретање у месту | кружна   |
|---------------|---------------|------------------|----------|
|               | позиција      | позиција         | позиција |
| апсолутна     | 0,023 m       | 0,002 m          | 0,031 m  |
| релативна [%] | 0,5           | 0,05             | 0,27     |

На основу резултата из табеле 3.3 се може закључити да су утицаји моделованих шумова сензора највећи за правoliniјску путању, док је најмањи код окретања у месту. Ако се упореде грешке у процени позиције Модела 2 и Модела 1 за исти сценарио, може се закључити да је Модел 1 тачнији при правoliniјским путањама, Модел 2 при окретању у месту, док су за кружну путању грешке процене веома блиске.

### 3.5.3. Резултати за Модел 2 и сценарио 3

И у овом сценарију резултати процена позиције возила биће упоређене са резултатима за сценарио 1 са идеалним путањама, као референтним. Тестирање треба да покаже колика је осетљивост Модела 2 на појаву проклизавање за различите случајеве кретања. На слици 3.21 су приказане процене позиције за сва три случаја са моделованим проклизавањем тачкова.



Слика 3.20 Процене позиције за Модел 2 и сценарио 3  
а) случај 1, б) случај 2, в) случај 3

Са графика се може закључити да појава проклизавања у свим случајевима утиче на процене позиције, док се процена оријентације возила заснивала на сигнаlima из IMU. Апсолутне и релативне грешке у позицији за овај сценарио приказани су у табели 3.4.

Табела 3. 4 Грешке процена позиције за Модел 2 и сценарио 3

| грешка/путања | праволинијска | окретање у месту | кружна   |
|---------------|---------------|------------------|----------|
|               | позиција      | позиција         | позиција |
| апсолутна     | 0,424 m       | 0,128 m          | 0,402 m  |
| релативна [%] | 9,37          | 2,82             | 3,55     |

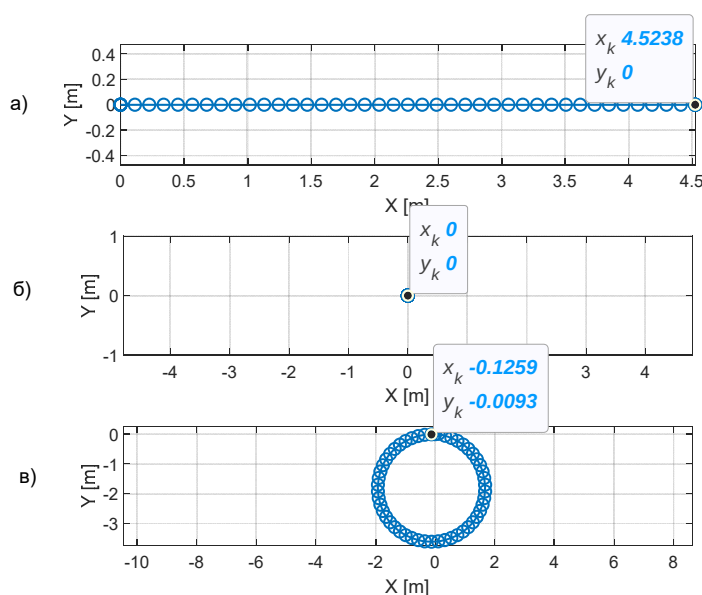
На основу резултата из табеле 3.4 се види да појава проклизавања точкова значајно утиче на процене позиције и за овај модел. У односу на Модел 1, овај модел показује бољу тачност у процени позиције при кружној путањи, али лошију тачност при праволинијској путањи. Ако се и у овом случају примени метод избора вредности са енкодера на точковима који имају бољи контакт са подлогом, примењен метод одабира вредности енкодера са исте стране возила (изрази (3.3) – (3.6)), вредности процена позиције и оријентације се приближавају референтним вредностима, датим у тачки 3.4.1. На основу овога, може се закључити да се применом Модела 2, који користи сигнале из IMU, добијају мање грешке у проценама позиције возила, са релативно тачним проценама оријентације током проклизавања точкова. Међутим, и овај модел је осетљив на истовремено проклизавање точкова са исте стране возила, што доводи до значајних грешака у процени позиције.

### 3.6. Анализа резултата симулације за Модел 3

У Моделу 3 се за процене позиције и оријентације возила примењује сложенији алгоритам фузије сигнала из енкодера и IMU, базиран на UKF. И овом случају ће бити анализирана само тачност позиције возила, а Модел 3 ће бити тестиран кроз исте сценарије као и Модел 1 и Модел 2.

#### 3.6.1. Резултати за Модел 3 и сценарио 1

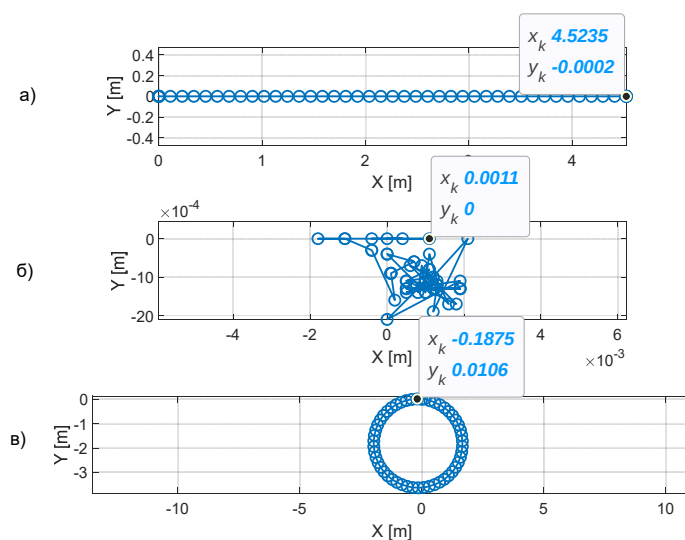
За идеалне путање кретања, резултати процена позиције и оријентације возила се у поклапају са резултатима Модела 1 и Модела 2. На слици 3.22 су приказане процене позиције за сва три случаја идеалних путања.



Слика 3.21 Процене позиције за Модел 3 и сценарио 1  
а) случај 1, б) случај 2, в) случај 3

#### 3.6.2. Резултати за Модел 3 и сценарио 2

Тестирање Модела 3 у овој тачки треба да покаже колика је осетљивост овог модела на моделоване шумова сензора. При томе су крајње вредности за позицију возила, добијене за идеалне путање узеше као референтне за поређење. На слици 3.23 су приказане процене позиције за сва три случаја путања са моделованим шумом сензора.



Слика 3.22 Процене позиције за Модел 3 и сценарио 2  
а) случај 1, б) случај 2, в) случај 3

Апсолутне и релативне грешке у позицији за овај модел приказани су у табели 3.5.

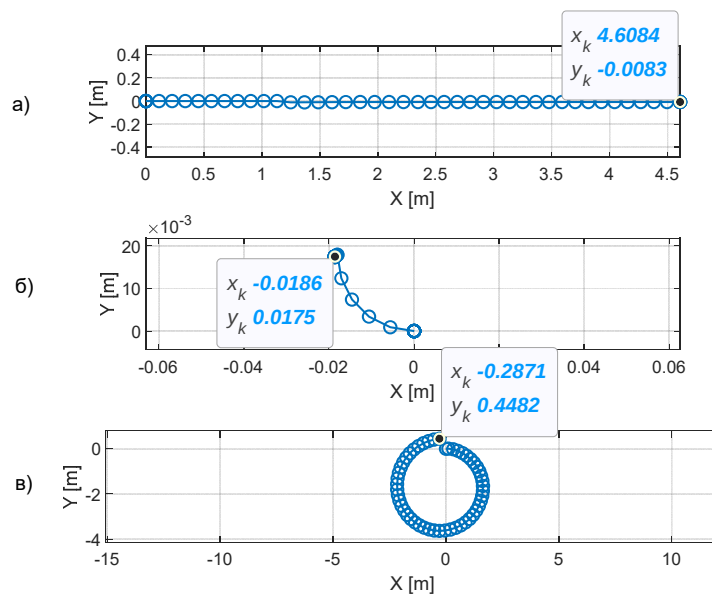
Табела 3.5 Грешке процена позиције за Модел 3 и сценарио 2

| грешка/путања | праволинијска | окретање у месту | кружна   |
|---------------|---------------|------------------|----------|
|               | позиција      | позиција         | позиција |
| апсолутна     | 0,0004 m      | 0,001 m          | 0,188 m  |
| релативна [%] | 0,1           | 0,03             | 1,66     |

Упоредјујући резултате из табеле 3.5 и табеле 3.3 се може закључити да су процене позиције применом Модела 3 значајно боље за праволинијско кретање и окретање у месту у односу на Модел 2, али и лошије за кружно кретање. Ово се може објаснити чињеницом да се сложенијим алгоритмом фузије података, применом UKF, постижу боље процене стања модела у присуству стохастичких шумова сензора, али им треба више времена за процену ефективне ширине трага точкова.

### 3.6.3. Резултати за Модел 3 и сценарио 3

У овој тачки тестирање Модела 3 треба да покаже колика је осетљивост Модела 3 на моделовано проклизавање точкова возила при различитим случајевима кретања. При томе су крајње вредности за позицију возила, добијене за идеалне путање узете као референтне за поређење. На слици 3.24 су приказане процене позиције за сва три случаја идеалних путања са моделованим проклизавањем.



Слика 3.23 Процене позиције за Модел 3 и сценарио 3  
а) случај 1, б) случај 2, в) случај 3

Са слике се може закључити да је проклизавање искључиво утицало на процене позиције, док су процене оријентације вршене на основу сигнала из IMU. Апсолутне и релативне грешке у позицији за овај модел приказани су у табели 3.6.

Табела 3.6 Грешке процена позиције за Модел 3 и сценарио 3

| грешка/путања | правoliniјска | окретање у месту | кружна   |
|---------------|---------------|------------------|----------|
|               | позиција      | позиција         | позиција |
| апсолутна     | 0,085 m       | 0,026 m          | 0,532 m  |
| релативна [%] | 1,88          | 0,56             | 4,7      |

На основу резултата из табеле 3.6, табеле 3.4 и табеле 3.2 се може закључити да је утицај проклизавања точкова изузетно изражен код сва три модела. Модел 3 има најтачнију процену при праволинијском кретању возила или при окретању у месту, док Модел 2 даје најбоље резултате процене при кружној путањи.

У наставку ће модели за процене позиције и оријентације возила бити тестирани на експерименталној роботској платформи, односно беспосадном возилу, описаном у тачки 3.1. овог поглавља.

## 4. РЕЗУЛТАТИ ЕКСПЕРИМЕНАТА И ДИСКУСИЈА

Претходно описани модели 1, 2 и 3 за процене позиције и оријентације возила тестирани су у реалним (лабораторијским) условима за три различита случаја кретања возила: праволинијско кретање, окретање у месту и кретање по кружној путањи. За потребе одређивања референтних података за позицију и оријентацију возила извршена су следећа мерења: мерења растојања већих од 20 cm су извршена помоћу ласерског даљиномера iDM70, а мерења мањих растојања штабним лењиром, док су углови оријентације у почетном и крајњем положају возила мерене ручном бусолом M53 A.

### 4.1. Опис експерименталних случајева кретања

У првом случају праволинијског кретања напред, беспосадно возило креће из координатног почетка РКС праволинијски, брзином приближно 0,5 m/s и зауставља се после 10,6 s. Крајња позиција возила је износила  $x_{r\_ref} = 4,5\text{m}$  и  $y_{r\_ref} = 0,08\text{m}$ , а оријентација возила у крајњој тачки је  $\psi_{r\_ref} = 3^\circ$ .

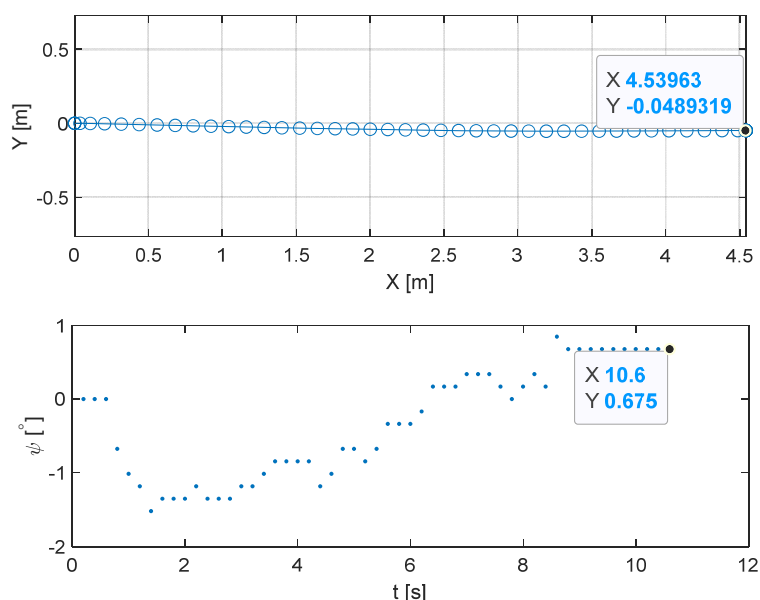
У другом случају возило почиње окретање у месту и окреће се три круга, при чему су брзине ротације тачкова приближно исте као у првом случају. Укупно време трајања овог сценарија је 9,6 s. Крајња позиција возила је износила  $x_{r\_ref} = -0,01\text{m}$  и  $y_{r\_ref} = -0,0075\text{m}$ , док је крајња оријентација  $\psi_{r\_ref} = 10^\circ$  (кумулативно  $1070^\circ$ ).

У трећем случају возило полази из координатног почетка РКС и креће се по кружној путањи, при чему описује скоро пун круг. У овом случају су брзине ротације тачкова са леве стране возила веће 2,5 пута, а са десне стране веће 1,5 пута у односу на брзине у предходним случајевима. Време трајања кретања возила је 13,6 s, док су вредности крајње позиције и оријентације:  $x_{r\_ref} = -0,016\text{m}$ ,  $y_{r\_ref} = -0,009\text{m}$  и  $\psi_{r\_ref} = 8^\circ$  (кумулативно  $352^\circ$ ).

### 4.2. Резултати експерименталних процена применом Модела 1

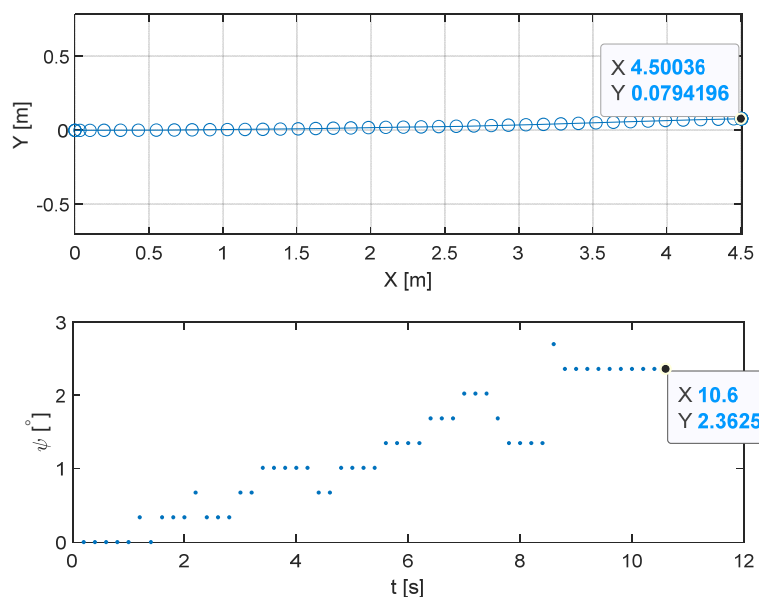
Модел 1 као улазне податке користи само информације са енкодера, при чему се за трансляторни померај користи средња вредност корака енкодера са исте стране возила. За почетну вредност коефицијента проклизавања је усвојена вредност  $k_{slip} = 1$ , што значи да је ефективна ширина трага тачкова једнака стварној, тј.  $L_{ef} = L = 0,48\text{ m}$ .

На слици 4.1. су приказане процене позиције (слика 4.1.а) и оријентације (слика 4.1.б) беспосадног возила за случај праволинијског кретања. Са слика се може видети да је процена позиције при праволинијском кретању релативно тачна (релативна грешка процене растојања је 3%). Такође се може закључити да је крајна оријентација релативно тачна (апсолутна грешка процене оријентације је  $2,3^\circ$ ). Са слике се још може приметити да мотори возила са десне стране имају за нијансу већу брзину него са леве стране, па је возило направило благо скретање у лево. Међутим, на истом графику се може приметити и нелогичност. Возило је кренуло са оријентацијом  $0^\circ$  и све време благо скретало на леву страну, те није могуће да крајна позиција буде негативна по у-оси. Да би се отклонила ова појава, примењен је избор вредности енкодера са исте стране возила према изразима (3.3) - (3.6).



Слика 4.1 Експерименталне процене а) позиције и б) оријентације возила за Модел 1 и случај праволинијског кретања

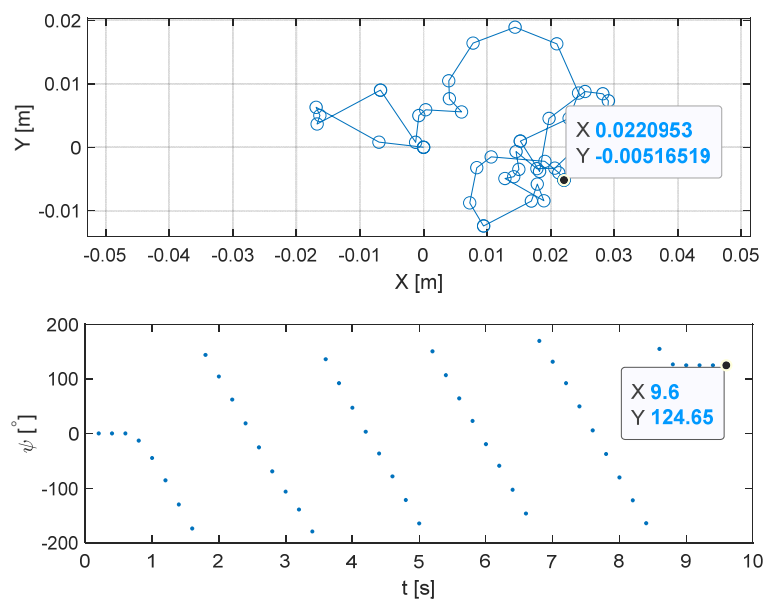
На слици 4.2. су приказане процене позиције (слика 4.2.а) и оријентације (слика 4.2.б) беспосадног возила за случај праволинијског кретања, али уз избор вредности енкодера са исте стране возила. Са слике се може видети да су грешке у проценама позиције и оријентације мање (релативна грешка позиције испод 1% и апсолутна грешка у оријентацији испод  $1^\circ$ ).



Слика 4.2 Експерименталне процене а) позиције и б) оријентације возила за Модел 1 и случај праволинијског кретања са избором вредности енкодера

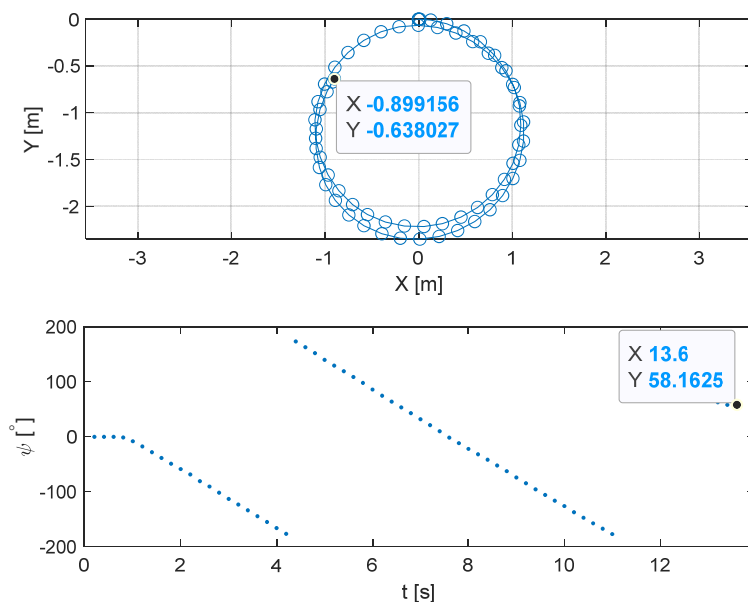
Са слике 4.2.а се може видети да возило и даље благо скреће у леву страну, али да је сада крајња позиција по  $y_r$  оси позитивна. Један од точкова са леве стране при самом кретању (из необрађених података се види да је то предњи леви) је имао слабији контакт са подлогом и окретао се брже од другог са исте стране возила, при чему се повећала просечна угаона брзина точкова са леве стране и померање процене позиције у негативном смеру осе  $y_r$ . Због тога ће се у наставку сви модели тестирати са избором вредности енкодера са исте стране возила.

Резултати експерименталних тестирања Модела 1 за други случај, тј. при окретању возила у месту, приказани су на слици 4.3. Са слике 4.3.а се види да је процена позиције релативно добра (релативна грешка процене растојања око 1,1%), што се не може рећи за процену оријентације. Возило је према процени модела направило више од четири ротације, односно апсолутна грешка у процени оријентације износи  $605^\circ$ . Из ових резултата се може закључити да је грешка у процени оријентације у условима окретања у месту недопустива и да Модел 1 није практично употребљив при оваквим маневрима возила. До овако велике грешке долази, јер точкови током маневра возила бочно клизају, како би се омогућила ротација возила.



Слика 4.3 Експерименталне процене а) позиције и б) оријентације возила за Модел 1 и случај окретања у месту

Експерименталне процене позиције и оријентације беспосадног возила за Модел 1 и случај кретања по кружној путањи приказане су на слици 4.4. Са слике се може видети да је релативна грешка процене позиције око 8,25%, а апсолутна грешка у оријентацији је приближно  $310^\circ$ , што је, као и при окретању у месту, недопустиво велика грешка.



Слика 4.4 Експерименталне процене а) позиције и б) оријентације возила за Модел 1 и случај кретања по кружници

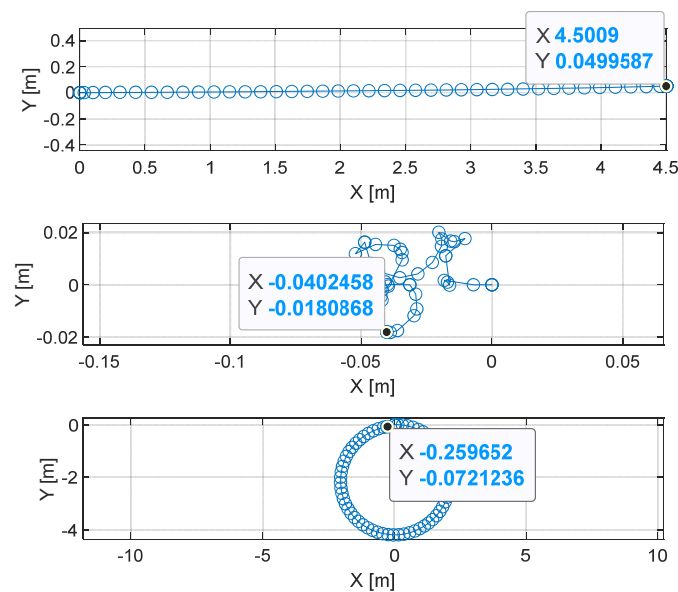
На основу претходних резултата може закључити да се применом Модела 1 релативно добро процењује позиција возила при праволинијском кретању у условима без проклизавања, или при блажим проклизавањима тачкова. Међутим, при окретању у месту

или скретању, долази до проклизавања точкова, односно до бочног проклизавања возила, чиме се повећава ефективна ширина трага точкова  $L_{ef}$ . Ова величина је променљива и зависи од много фактора (подлоге, брзине кретања, угла скретања) и не може се директно мерити [5]. Као резултат тога јављају се недопустиво велике грешке у процени оријентације возила, што значи да Модел 1 у условима честих проклизавања и динамичних маневара није применљив у реалним применама.

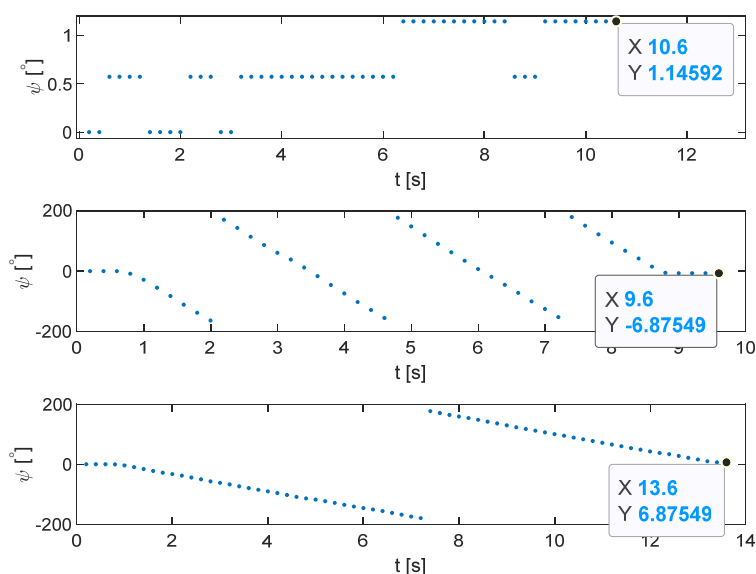
### 4.3. Резултати експерименталних процена применом Модела 2

У Моделу 2 се као улазни подаци за једначину стања система користе сигнали са енкодера, док се у једначини мерења користе информације о оријентацији возила из IMU. Експериментално тестирање овог модела је извршено за исте случајеве као и за тестирање Модела 1.

На сликама 4.5. и 4.6. су респективно приказане процене позиције и оријентације беспосадног возила за Модел 2 и за случај праволинијског кретања (слике 4.5.а и 4.6.а), за случај окретања у месту (слике 4.5.б и 4.6.б) и за случај кретања по кружној путањи (слике 4.5.в и 4.6.в).



Слика 4.5 Експерименталне процене позиције за Модел 2 и  
а) праволинијско кретање, б) окретање у месту 2 и в) кретање по кружној путањи



Слика 4.6 Експерименталне процене оријентације за Модел 2 и  
а) праволинијско кретање, б) окретање у месту 2 и в) кретање по кружној путањи

Апсолутне и релативне грешке у проценама позиције и оријентације возила добијене експерименталним путем за Модел 2 и сва три случаја кретања возила су сумарно приказане у табели 4.1.

Табела 4.1 Резултати експерименталног тестирања Модела 2

| грешка/путања | случај 1 |              | случај 2 |              | случај 3 |              |
|---------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|--------------|
|               | позиција | оријентација | позиција | оријентација | позиција | оријентација |
| апсолутна     | 0,03 m   | 1,9°         | 0,051 m  | 16,9°        | 0,252 m  | 1,1°         |
| релативна [%] | 0,67     | 0,52         | 1,14     | 2,35         | 1,92     | 0,31         |

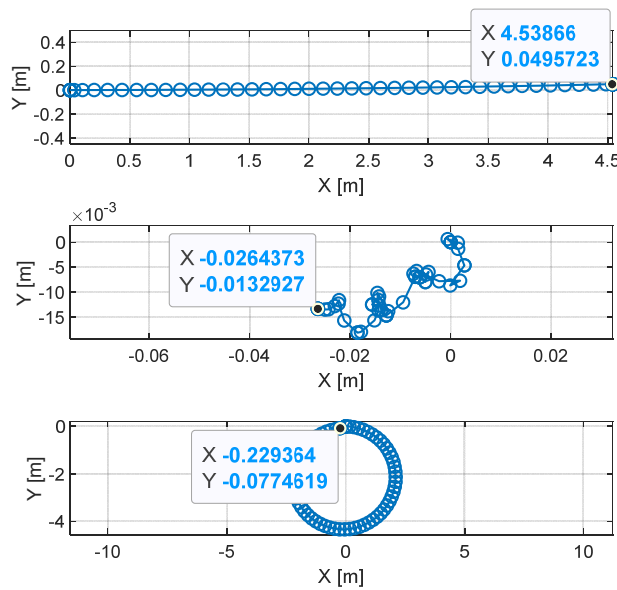
На основу слика 4.5. и 4.6., као и на основу резултата у табели 4.1 може се закључити да Модел 2 има релативно добру тачност процене позиције возила у свим случајевима кретања возила. Најбољи резултати у процени позиције за овај модел су код праволинијског кретања, док су најлошији при кретању по кружној путањи. Грешка у процени позиције возила, која се добија директно из IMU, је највећа приликом окретања возила у месту, што је последица појаве дрифта жirosкопских сензора.

#### 4.4. Резултати експерименталних процена применом Модела 3

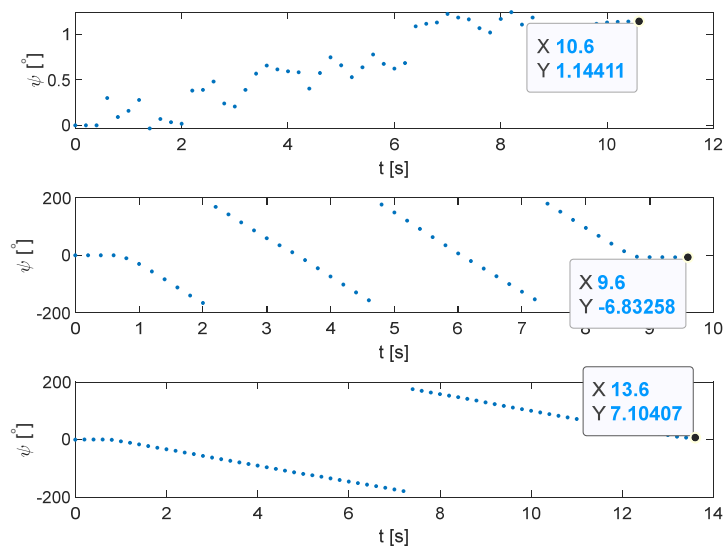
У Моделу 3 се, слично као у Моделу 2, као улазни подаци за једначину стања система користе сигнали са енкодера, док се у једначини мерења користе информације о оријентацији возила из IMU. Међутим, у овом моделу се као додатно стање система

укључује и ефективна ширина трага точкова  $L_{ef}$ . За процене позиције и оријентације возила, као и ефективне ширине трага точкова, примењује се UKF. Параметри за иницијализацију филтра су дати у тачки 2.3.2. Експериментално тестирање овог модела је извршено за исте случајеве као и за тестирање Модела 1 и Модела 2.

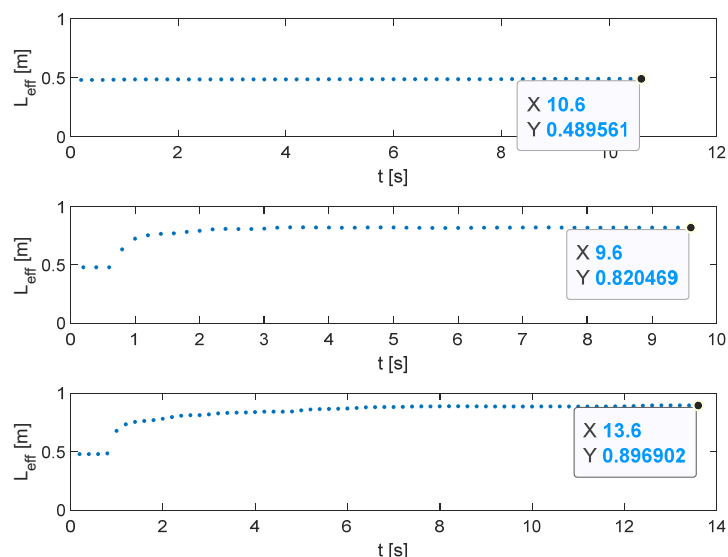
На сликама 4.7., 4.8. и 4.9 су респективно приказане процене позиције и оријентације беспосадног возила, као и  $L_{ef}$  за Модел 3, за случај праволинијског кретања (слике 4.7.а, 4.8.а и 4.9.а), за случај окретања у месту (слике 4.7.б, 4.8.б и 4.9.б) и за случај кретања по кружној путањи (слике 4.7.в, 4.8.в и 4.9.в).



Слика 4.7 Експерименталне процене позиције за Модел 3 и  
а) праволинијско кретање, б) окретање у месту 2 и в) кретање по кружној путањи



Слика 4.8 Експерименталне процене оријентације за Модел 3 и  
а) праволинијско кретање, б) окретање у месту 2 и в) кретање по кружној путањи



Слика 4.9 Експерименталне процене  $L_{ef}$  за Модел 3 и  
а) праволинијско кретање, б) окретање у месту 2 и в) кретање по кружној путањи

Апсолутне и релативне грешке у проценама позиције и оријентације возила, као и процењене вредности  $L_{ef}$  добијене експерименталним путем за Модел 3, за сва три случаја кретања возила су сумарно приказане у табели 4.2.

Табела 4.2 Резултати експерименталног тестирања Модела 3

| грешка/путања                             | случај 1 |              | случај 2 |              | случај 3 |              |
|-------------------------------------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|--------------|
|                                           | позиција | оријентација | позиција | оријентација | позиција | оријентација |
| <b>апсолутна</b>                          | 0,049 m  | 7,6°         | 0,037 m  | 16,8°        | 0,224 m  | 0,9°         |
| <b>релативна [%]</b>                      | 1,09     | 2,11         | 0,82     | 2,33         | 1,71     | 0,25         |
| <b>Вредност <math>\hat{L}_{ef}</math></b> | 0,4896 m |              | 0,8205 m |              | 0,8969 m |              |

Са слика 4.7. и 4.8. и на основу резултата из табеле 4.2 се види да Модел 3 обезбеђује задовољавајућу апсолутну и релативну тачност у проценама позиције и оријентације возила за све случајеве кретања. Најмању релативну грешку у процени позиције Модел 3 показује у случају 2 (0,82%), док је највећа у случају 3 (1,71%). Апсолутна грешка у процени крајње оријентације најмања је у случају 3 (0,9°), а највећа у случају 2 (16,8°). може се закључити да Модел 2 има релативно добру тачност процене позиције возила у свим случајевима кретања возила. Осим тога, види се UKF обезбеђује одговарајуће процене ефективне ширине трага точкова  $\hat{L}_{ef}$ , што у великој мери доприноси побољшању тачности у проценама позиције и оријентације возила, нарочито при маневрисању, када долази до проклизавања точкова возила.

#### 4.4. Упоредни приказ експерименталних резултата за Модел 1, Модел 2 и Модел 3

На основу експерименталних тестирања описаних у претходној тачки, резултати примене сва три модела су сумарно приказани у табели 4.3, у виду релативних грешака процена позиције и оријентације возила за сва три случаја кретања возила.

Табела 4.3 Сумарни резултати грешке експерименталног тестирања модела

| модел/путања | случај 1 |              | случај 2 |              | случај 3    |              |
|--------------|----------|--------------|----------|--------------|-------------|--------------|
|              | позиција | оријентација | позиција | оријентација | позиција    | оријентација |
| Модел 1 [%]  | 0,86     | 0,18         | 1,09     | 84,08        | 8,25        | 86,11        |
| Модел 2 [%]  | 0,67     | 0,52         | 1,14     | 2,35         | 1,92        | 0,31         |
| Модел 3 [%]  | 1,09     | 2,11         | 0,82     | 2,33         | <b>1,71</b> | <b>0,25</b>  |

Модел 3 се показао као тачнији у проценма позиције и оријентације при кретању возила са маневрисањем, што је у пракси чешћи случај, док се Модел 2 показао тачнији у случају праволинијског кретања.

## ЗАКЉУЧАК

У раду су разматрана три приступа за процену позиције и оријентације беспосадног возила точкаша са диференцијалним управљањем и погоном на сва четири точка. Први модел заснован је искључиво на одометарским мерењима угаоних брзина свих точкава. У другом моделу примењен је једноставан алгоритам фузије података из одометарских сензора и IMU, при чему се одометри користе за процену трансляторног помераја  $\Delta s$ , а IMU за информације о релативној промени угла оријентације  $\psi$ . Трећи модел представља сложену фузију података применом UKF за процене стања проширеног модела система. У овом моделу су  $\Delta s$  и  $\Delta\psi$  улази система који се добијају из одометарских сензора, мерења за корекцију процена се добијају из IMU, а вектор стања је проширен ефективном ширином трага точкава  $L_{ef}$ . Разматране су три случаја кретања возила: праволинијско кретање, окретање у месту и кретање по кружној путањи. Ефикасност предложених приступа је прво анализирана у симулационом окружењу кроз различите сценарије: идеална путања возила, путање са моделованим мерним шумовима сензора и путање са моделованим проклизавањем точкава.

Резултати симулација показују да је први модел употребив искључиво у условима праволинијског кретања без проклизавања точкава. У случају скретања или окретања долази до неминовног бочног клизања возила, што узрокује значајне грешке у проценама позиције и оријентације возила и чини овај приступ неодговарајућим за реалне примене.

Други модел, заснован на једноставној фузији одометрије и инерцијалних сензора, дао је задовољавајућу тачност у свим тестираним случајевима. Анализа резултата показала је да је утицај квантизационог шума енкодера релативно мали, док је дрифт IMU доминантан извор грешке услед његове акумулације током времена. Ово указује на неопходност компензације дрифта ради дугорочно стабилних процена.

Трећи модел, заснован на UKF, са проширеним вектором стања, остварио је боље резултате у односу на претходни модел. Процена параметра  $L_{ef}$  омогућила је делимичну компензацију ефеката бочног проклизавања током скретања. Ипак, показано је да ни овај приступ није имун на ситуације у којима долази до истовременог проклизавања оба точка са исте стране возила. У случају проклизавања једног точка могуће је, услед редуванности броја енкодера, одабрати сигнал са точка који остварује бољи контакт са

подлогом, док истовремено проклизавање оба точка са исте стране возила доводи до наглог повећања грешке процене положаја и оријентације. Симулациони резултати указују да сложенији алгоритам фузије доноси побољшања у односу на једноставније приступе, али да тачност процена суштински остаје ограничена појавом проклизавања и систематских грешака инерцијалних сензора, као доминантним узроцима грешака у проценама позиције и оријентације беспосадног возила.

Након симулационих испитивања, предложени модели су тестирани у реалним условима експлоатације беспосадног возила у затвореном простору. Испитивања су изведена за исте случајеве кретања возила као и у симулационим тестирањима. За разлику од симулација, у овом случају коришћени су подаци са сензора возила: енкодера монтираних на сва четири точка и IMU. Прикупљени реални сигнали су коришћени за експериментално тестирање модела. Процењене вредности позиције и оријентације возила су упоређене са референтним вредностима (стварном крајњом позицијом и оријентацијом у којој се возило зауставило). На основу тога прорачунате су апсолутне и релативне грешке у проценама позиције и оријентације.

Резултати су показали да први модел, заснован искључиво на одометрији без постпроцесног подешавања параметра ефективне ширине трага точкова  $L_{ef}$ , остварује значајна одступања у односу на реално стање. Због изражене осетљивости на бочно проклизавање и немогућности компензације систематских грешака, овај модел се показао да није применљив у реалним ситуацијама. Једноставном фузијом одометрије и инерцијалних сензора из IMU добија се релативно задовољавајућа тачност у свим испитиваним путањима. Грешке у позицији и оријентацији биле су у складу са очекивањима. Применом трећег, алгоритамски сложенијег модела, заснованог на UKF, постижу се нешто бољи резултати у погледу апсолутних и релативних грешака. Процена ефективне ширине трага точкова омогућила је делимичну адаптацију модела у реалним условима кретања и делимичну компензацију утицаја проклизавања. Међутим, да би овај алгоритам фузије података генерисао задовољавајуће резултате, потребно је адекватно подешавање параметара филтра.

На основу добијених резултата може се закључити да примена сложенијег алгоритма фузије података доноси извесна побољшања по питању тачности процена, али да разлике у односу на једноставну фузију, у разматраним случајевима кретања возила, није драстична. Избор одговарајућег модела, односно алгоритма за процену позиције и

оријентације возила, представља компромис између захтеване тачности у проценама и рачунске сложености алгоритма.

Иако су добијени резултати показали да предложени алгоритми фузије података омогућавају релативно поуздане процене положаја и оријентације возила приликом кретања у равни, постоји више праваца у којима се систем може даље унапредити. Даље унапређење подразумева проширење модела кретања из дводимензионалног (кретање у хоризинталној равни) на модел кинематике просторног кретања возила. У овом раду анализирано је кретање искључиво у хоризонталној равни у затвореном простору, занемарујући нагибе и веће неравнине терена. Увођењем просторног модела кретања омогућила би се примена алгоритама у сложенијим теренским условима, где гравитација, нагиби и неравнине терена могу значајно утицати на мерења инерцијалних сензора и динамику возила.

Осим тога, интеграцијом сензора окружења, као што су 2D или 3D LiDAR системи (енг. *Light Detection and Ranging*) или визуелни SLAM алгоритми (енг. *Simultaneous Localization and Mapping*), омогућиле би се корекције процена позиције и оријентације возила на основу карактеристика окружења. На тај начин би се ублажили утицаји проклизавања точкова и дрифта IMU, који су доминантни код инерцијално-одометријских система. Такође, детекцијом проклизавања точкова у реалном времену, на основу анализе неслагања између кинематичког модела и инерцијалних мерења, потенцијално бољи резултати би могли да се остваре применом робуснијег UKF алгоритма, са адаптацијом коваријансе шума процеса, нарочито у условима већих брзина кретања возила и динамички захтевнијих маневара.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Analog Devices, “ADXL345: 3-Axis,  $\pm 2$  g/ $\pm 4$  g/ $\pm 8$  g/ $\pm 16$  g Digital Accelerometer Data Sheet (Rev.G)”, 26.10.2015., <https://www.analog.com/en/products/adxl345.html>, приступано: 22.02.2026.
- [2] InvenSense Inc., “ITG-3205 Product Specification Revision 1.0”, 16.08.2010., [https://dl.btc.pl/kamami\\_wa/itg3205.pdf](https://dl.btc.pl/kamami_wa/itg3205.pdf), приступано: 22.02.2026.
- [3] Honeywell, “3-Axis Digital Compass IC HMC5883L”, februar 2013., [https://cdn-shop.adafruit.com/datasheets/HMC5883L\\_3-Axis\\_Digital\\_Compass\\_IC.pdf](https://cdn-shop.adafruit.com/datasheets/HMC5883L_3-Axis_Digital_Compass_IC.pdf), приступано: 22.02.2026.
- [4] Graovac Stevica, “Automatsko vođenje objekata u prostoru“, *Akadska misao*, 2005.
- [5] Giulio Reina and Rocco Galati, “Slip-based terrain estimation with a skid-steer vehicle”, *Vehicle system dynamics*, Vol. 54, No. 10, pp. 1384–1404, 2016.
- [6] Jesse Pentzer, Sean Brennan, Karl Reichard, “Model-based Prediction of Skid-steer Robot Kinematics Using Online Estimation of Track Instantaneous Centers of Rotation”, *Journal of field robotics*, Vol. 31, No. 3, 2014.
- [7] S. J. Julier and J. K. Uhlmann, “A New Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems“, *In Proc. of AeroSense: The 11th Int. Symp. On Aerospace/Defence Sensing, Simulation and Controls*, 1997.
- [8] Eric A. Wan, Rudolph van der Merwe, “The Unscented Kalman Filter for Nonlinear Estimation“, *Proceedings of the IEEE 2000 Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium*, 4. октобар 2000.
- [9] S. J. Julier, “The Scaled Unscented Transformation“, *Proceedings of the 2002 American Control Conference*, мај 2002.
- [10] Bibiana Farina, Jonay Toledo, and Leopoldo Acosta, “Sensor Fusion Algorithm Selection for an Autonomous Wheelchair Based on EKF/UKF Comparison”, *International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research* Vol. 12, No. 1, January 2023.
- [11] Cheng Yang, Wenzhong Shi and Wu Chen, “Comparison of Unscented and Extended Kalman Filters with Application in Vehicle“, *The Journal of Navigation*, Vol. 70, No. 2, pp. 411 – 431, март 2017.
- [12] D. Robot, “Jaguar 4x4 wheel specification”, [http://jaguar.drrobot.com/specification\\_4x4w.asp](http://jaguar.drrobot.com/specification_4x4w.asp), приступано: 22.02.2026.
- [13] Dr Robot, “All-terrain autonomous navigation robot with GPS-IMU Jaguar 4x4 wheel user guide,” <https://www.DrRobot.com/>, 2001, приступано: 22.02.2026.

## ПРИЛОГ 1. СТРУКТУРА И ФОРМАТ ПАКЕТА ПОДАТАКА СА БЕСПОСАДНОГ ВОЗИЛА

#158,YAW,0.28,GYRO,33,65,35,ACC,4,8,245,ADC,134,136,9,4,  
MM1 FF=16  
MM0 FF=16  
#159,YAW,0.28,GYRO,36,68,34,ACC,-1,7,251,ADC,134,137,8,5,  
MM0 P=0:0  
MM1 P=0:0  
\$GPRMC,083101.4,A,4446.47702,N,02028.10553,E,000.32,031.2,220126,004.2,E\*5B  
#160,YAW,0.28,GYRO,33,64,34,ACC,1,8,246,ADC,150,249,7,4,  
MM0 S=0:0  
MM1 S=0:0  
#161,YAW,0.28,GYRO,35,62,34,ACC,-1,11,252,ADC,134,136,8,5,  
MM0 T=29:26  
MM1 T=22:25  
#162,YAW,0.28,GYRO,33,64,35,ACC,1,8,255,ADC,133,136,8,5,  
MM0 V=120:220:4895  
MM1 V=120 222 4899  
#163,YAW,0.28,GYRO,34,62,34,ACC,1,7,247,ADC,134,217,7,5,  
MM0 CR=0:0  
MM1 CR=0:0  
#164,YAW,0.28,GYRO,37,69,37,ACC,1,10,251,ADC,136,241,7,5,  
MM0 A=0:0  
MM1 A=0:0  
#165,YAW,0.28,GYRO,36,61,37,ACC,0,10,247,ADC,134,137,6,3,  
MM0 AI=0:0:2118:2130:0:0  
MM1 AI=0:0:2139:2115:0:0  
#166,YAW,0.28,GYRO,33,67,34,ACC,0,10,250,ADC,138,139,7,5,  
MM0 C=4761:-4718  
MM1 C=4644:-4906  
#167,YAW,0.28,GYRO,35,71,32,ACC,2,7,254,ADC,132,136,5,3,  
MM0 D=1  
MM1 D=19